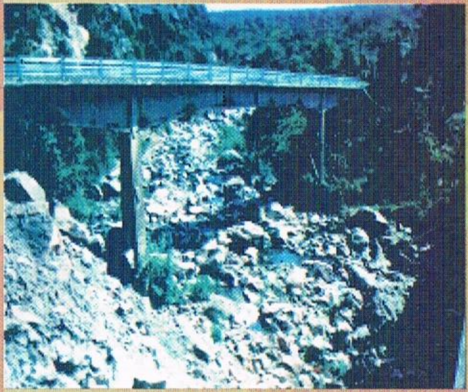
MANUEL PRATIQUE D'HYDROLOGIE

Bénina
Touaïbia



Mars 2004

Dépôt légal : 567 – 2004
ISBN : 9947 – 0 – 0367 – 1

Achevé d'imprimer dans les presses Madani Frères
Guerrouaou. Blida.
Mars 2004

Petite Pluie abat Grand Vent

Petits Ruisseaux font Grandes Rivières

* * *

Comment peut-on dimensionner un réseau d'assainissement, si les averses ne sont pas étudiées ?
Comment peut estimer la capacité d'une retenue, si les apports ne sont pas connus ?
Comment peut-on dimensionner un évacuateur de crues, si le débit maximal probable n'est pas défini ?
Comment peut on faire un complément d'irrigation ou du drainage d'un sol si la pluviométrie n'est pas mesurée ?
Comment peut-on estimer le volume mort dans un barrage ou faire des aménagements anti-érosifs si le transport solide et les zones productives de sédiments ne sont pas identifiés?

C'est pour approcher toutes ces questions que cet ouvrage est conçu. Il est loin de trouver la solution miracle, mais permet d'aider à mieux cerner et aborder un problème hydrologique.

Maîtriser l'Hydrologie de son pays, c'est Maîtriser ses eaux superficielles et Maîtriser ses dernières, c'est pouvoir les Mobiliser. Une bonne mobilisation entraînera automatiquement une bonne gestion si les outils d'investigations sont présents.

Maîtriser ses eaux, c'est sortir des Pénuries.

Ce livre a regroupé l'essentiel de l'hydrologie.

Toute remarque ou tout amendement de la part des connaisseurs des sciences hydrologiques ne fera que renforcer la qualité et la fiabilité de cette production didactique.

L'auteur
Mme Bénina Touaïbia
Docteur d'Etat
Maître de Conférences
ENSH. BP. 31. Blida

TABLE DES MATIERES

Introduction 1
Chapitre I LE BASSIN VERSANT 3
I. Le bassin versant 3
1.1 Caractéristiques du bassin versant 3
1.2 Caractéristiques de forme 3
1.3 Relief 6
II. Le réseau d'écoulement 8
2.1 Densité de drainage 8
2.2 Temps de concentration du bassin versant 9
2.3 Profil en long du cours d'eau 10
2.4 Pente moyenne du cours d'eau principal 10
III Autres caractéristiques 12
3.1 Géologie 12
3.2 Végétation 12
3.3 Caractéristiques thermiques 12
3.4 Vents 12

Chapitre II LES PRECIPITATIONS 13
I. Mécanisme de formation 13
1.1 Processus par coalescence directe 13
1.2 Processus par condensation de la vapeur 13
II. Classification 14
2.1 Précipitations de convection 14
2.2 Précipitations orographiques 14
2.3 Précipitations cycloniques 14
III. Mesure des précipitations 14
3.1 Pluviomètres 15
3.2 Pluviographes 15
3.3 Nivopluviomètres 15
3.4 Etablissement d'un réseau pluviométrique 16
IV. Analyse des précipitations sur l'ensemble du bassin 17
4.1 Méthode de Thiessen 17
4.2 Méthode des isohyètes 18
V. Analyse des averses à une station pluviométrique 19
5.1 Pluie maximale probable 19
5.2 Notion d'averses 21
5.3 Intensité moyenne maximale 22

Chapitre III HOMOGENEISATION DES DONNEES 29
I. Détection des et erreurs et correction des données 29
1.1 Détection des erreurs 30
1.1.1 Méthode graphique : méthode des doubles masses 30

1.1.2 Méthodes numériques 31
II. Extension des données 35
2.1 Notion de régression - corrélation 35
2.1.1 Généralités 35
2.1.2 Hypothèses fondamentales 36
2.1.3 Diagramme de dispersion 37
2.1.4 Choix du modèle 38
2.2 Méthodes relatives à la régression 38
2.2.1 Méthodes des moindres carrés 38
2.2.2 Méthodes des moindres rectangles 43
2.3 Méthodes relatives à la corrélation 44
2.3.1 Coefficient de corrélation linéaire 44
2.3.2 Coefficient de détermination 45
2.3.3 Coefficient d'auto corrélation 45
2.4 Erreur d'estimation 46
2.5 Gain apporté par la régression 46
2.6 Estimation et gain 47
2.6.1 Estimation des caractéristiques d'une série 47
2.6.2 Moyen d'appréciation du gain 49
2.7 Intervalle de confiance 49
2.8 Coefficient de corrélation multiple et partielle 50
2.9 Analyse multidimensionnelle 52
2.9.1 Théorie de l'ACP 53
2.9.2 Principes de l'analyse de l'ACP 55
2.9.3 Notion de valeur propre 57
2.9.4 Notion de vecteur propre 58
2.9.5 Interprétation des vecteurs propres 60

Chapitre IV ANALYSE FREQUENTIELLE DES DONNEES 61
I. Rappels statistiques 61
1.1 Fréquence expérimentale 62
1.1.1 Fréquence au non dépassement 62
1.1.2 Fréquence au dépassement 62
1.2 Choix pour la formule de fréquence expérimentale 63
1.3 Calcul des caractéristiques de l'échantillon 63
1.3.1 Paramètres de position 63
1.3.2 Paramètres de dispersion 66
1.3.3 Paramètres de dissymétrie 67
II Valeurs extrêmes et mois de probabilité 70
2.1 Application de quelques lois aux séries 71
2.1.1 Généralités 71
2.1.2 Critères de choix d'une loi 71
2.1.3 Intervalles de confiance 72
2.2 Loi normale ou loi de Gauss 73
2.2.1 Généralités 73
2.2.2 Caractéristiques empiriques 74
2.3 Loi Log normale ou loi de Galton 77
2.3.1 Généralités 77
2.3.2 Estimation des paramètres 79
2.4 Loi doublement exponentielle ou loi de Gumbel 81
2.4.1 Généralités 81
2.4.2 Estimation des paramètres 82
2.5 Loi de Fréchet 85
2.6 Loi Pearson III 86
III Test d'adéquation de Pearson 89
3.1 Généralités 89
3.2 Statistique de Pearson 89

Chapitre V HYDROMETRIE 92
I. Mesure de débit 92
1.1 Jaugeage au moulinet 92
1.1.1 Procédé de mesure 92
1.1.2 Procédé de dépouillement 93
1.2 Jaugeage au flotteur 96
1.3 Jaugeage chimique 96
1.4 Jaugeage par déversoir 96
II. Stations de jaugeages 97
2.1 Identification 97
2.1.1 Définition 97
2.1.2 Eléments constitutifs 98
2.1.3 Critères de choix 98
2.1.4 Section de contrôle 100
2.1.5 Limnimètres et limnigraphes 100
III. Tarage des stations 101
3.1 Tarage et barème d'étalonnage 102
3.1.1 Tarage 102
3.1.2 Extrapolation de la courbe de tarage 102
3.2 Contrôle du tarage 105
3.2.1 Contrôle visuel 105
3.2.2 Contrôle par raccordement des courbes 105
3.2.3 Contrôle statistique 106
3.2.4 Période de validité 107
3.2.5 Tarage en l'absence de la relation *Q(H)* 107
3.3 Extrapolation 111
3.3.1 Ajustement analytique 111
3.3.2 Méthode basée sur les courbes intermédiaires 111
3.3.3 Méthode de Chezy 112
3.3.4 Méthode de Strikler-Manning 113
3.3.5 Méthode du nombre de Froude 115
3.3.6 Méthode de Stevens 116

Chapitre VI LES ECOULEMENTS 118
I. Estimation des caractéristiques moyennes 118
1.1 Formules empiriques 118
1.2 Méthode analogique 120
1.3 Méthode de la régression - corrélation 121
1.4 Méthode des quantiles 121
II. Répartition intra-annuelle des écoulements 122
2.1 Reconstitution des écoulements 122
2.2 Courbe des débits classés 123
III. Etude des crues 124
3.1 Généralités 124
3.2 Méthodes déterministes 126
3.2.1 Méthodes historiques 126
3.2.2 Formules empiriques et semi-empiriques 127
3.2.3 Courbes enveloppes 128
3.3 Méthodes probabilistiques 129
3.4 Méthode de la PMP 129
IV. Choix d'une méthode d'estimation 130
4.1 Facteurs influençant la méthode 130
4.2 Quelques méthodes d'estimation 131
4.2.1 Méthode des isochrones 131
4.2.2 Méthode de Sokolovski 135
4.2.3 Méthode de l'hydrogramme unitaire 137
4.2.4 Formules empiriques 142

Chapitre VII. LE TRANSPORT SOLIDE 146
I. Aspect théorique 146
1.1 Généralités 146
1.2 Abrasion des particules 148
1.3 Différents aspects du transport solide 149
II. Transport de fond ou charriage 149
2.1 Généralités 149
2.2 Approche théorique 150
2.3 Mesure du charriage 152
III. Transport en suspension 152
3.1 Généralités 152
3.2 Mesure du transport en suspension 154
3.3 Procédé de mesure du débit solide 154
3.4 Estimation de l'érosion spécifique 157
3.4.1 Formule de Tixeront 158
3.4.2 Formule de Fournier 158
3.4.3 Méthode de Gravilovitch 158
Tables statistiques 161
Références bibliographiques 164

INTRODUCTION

L'hydrologie est une science qui étudie la phase du cycle de l'eau qui débute avec l'arrivée de celle-ci sur la surface de la terre. Elle englobe les précipitations, les eaux de surface, l'évaporation et l'évapotranspiration, les eaux souterraines. C'est ainsi que l'on peut distinguer les eaux de surface des eaux souterraines donc l'hydrologie de surface de l'hydrologie souterraine. L'hydrologie de surface comprend :

- la potamologie ou hydrologie fluviale qui traite le problème de la dynamique des eaux ainsi que des propriétés physiques, mécaniques et chimiques des eaux de rivières ;
- la glaciologie qui étudie les eaux de rétention à l'état solide ;
- la limnologie qui étudie les systèmes à l'état lacustre (lac).

L'étude des eaux superficielles revêt plusieurs aspects abordés avec des principes et méthodes de recherche différents suivant la spécialité de l'ingénieur qui s'y consacre. Il existe deux courants philosophiques :

- celui basé sur la recherche mathématique à base de statistique ;
- celui basé sur la méthode naturaliste relevant de l'observation et de l'intuition contrôlée par l'expérimentation.

L'hydrologie est une science pluridisciplinaire. En dehors de l'hydraulique, elle fait appel aux sciences physiques (météorologie, physique du globe..), aux sciences naturelles (géologie, géomorphologie..), aux mathématiques (statistique, calcul opérationnel, informatique..) et à la technologie (appareil de mesure, télédétection…)

Actuellement, l'hydrologie est devenue une science importante de l'art de l'ingénieur intéressé à l'exploitation et au contrôle des eaux naturelles. Des études hydrologiques plus ou moins poussées sont indispensables pour toute mise en œuvre de projets hydroélectriques, de distribution d'eau, de protection contre les crues, d'assainissement, de drainage, d'irrigation, de barrages et de navigation fluviale.

Le dimensionnement, la sécurité et la bonne exploitation des ouvrages hydrauliques sont toujours liés à une évaluation saine non seulement des débits disponibles en moyenne mais surtout des débits extrêmes (crue - étiage).

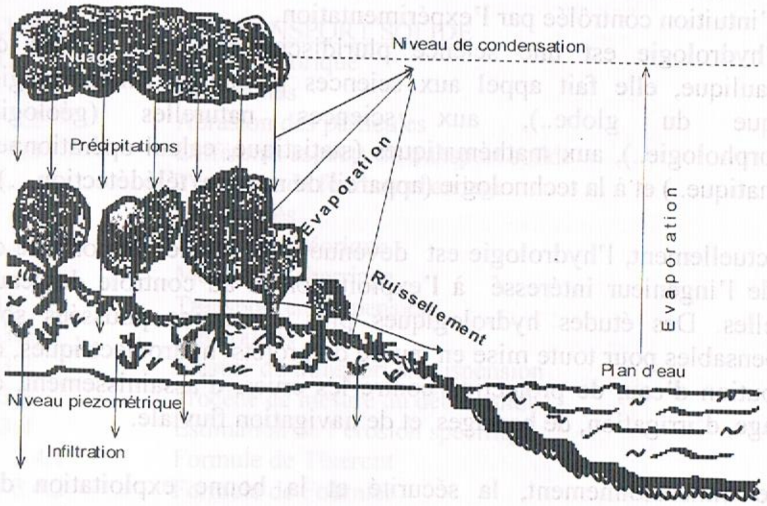
Cycle de l'eau et bilan hydrologique

L'eau dans la nature suit un vaste cycle sous deux principaux états : gazeux et liquide. La vapeur d'eau atmosphérique se condense en nuage qui engendre les *précipitations* ***P*** sous forme de pluie, de grêle ou de neige. Parvenues sur le sol, une partie des précipitations s'écoule à sa surface vers le réseau hydrographique et les étendues d'eau libres qu'elle alimente c'est le *ruissellement de surface* ***R***. Une autre quantité franchit la surface du sol, pénètre dans le sol et sous sol alimentant ainsi les nappes souterraines. Elle va constituer le stock d'eau et les réserves des nappes aquifères ; ce sont *les eaux d'infiltration* ***I***. Sous l'action de la température, l'eau est reprise à l'état de vapeur au cours de toutes les phases de son cycle constituant ainsi l'*évaporation* ***E***. A cette action, s'ajoute l'évaporation des plantes : c'est *l'évapotranspiration* ***ET***. La vapeur d'eau ainsi formée retourne à l'atmosphère pour se condenser et reconstituer les nuages, qui transportés par le vent, peuvent engendrer n'importe où les précipitations et le cycle se referme. Ce cycle est synthétisé dans la figure ci-dessus.

Comme il est dit :

« Rien ne se perd, rien ne se crée tout se transforme ».

Schéma du cycle de l'eau dans la nature



Equation du bilan hydrologique

$$P = E + R + I$$

Chapitre premier : LE BASSIN VERSANT

I. Le bassin versant

1.1 Caractéristiques bu bassin versant

Le bassin versant ou bassin d'alimentation au droit d'une section de mesure, est défini comme la totalité de la surface topographique drainée par ce cours d'eau et ses affluents en amont de cette section. Tous les écoulements qui prennent naissance à l'intérieur de cette surface topographique passe obligatoirement par la section de mesure pour poursuivre leur trajet à l'aval (Fig. 1.1a).

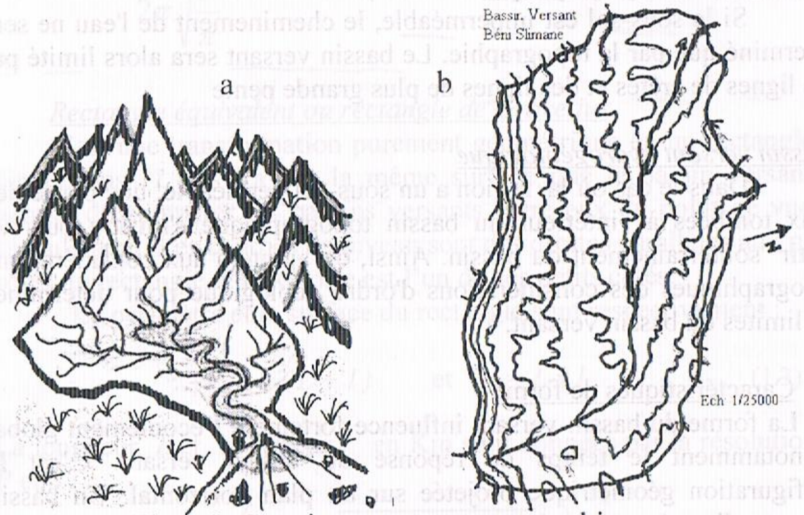


Fig 1.1 Bassins versants topographiques

Chaque bassin versant est séparé des autres par une ligne de partage des eaux. Cette limite est déterminée sur carte topographique. En commençant par l'exutoire, on trace à main levée des segments perpendiculairement aux courbes de niveau en passant par les crêtes, aboutissant automatiquement à l'exutoire (Fig. 1.1b)

La surface

La surface topographique est le paramètre le plus important, il permet de contrôler l'intensité de plusieurs phénomènes hydrologiques (apport, volume de précipitations ou infiltration…). Elle est déterminée par planimétrie sur cartes topographiques.

Le périmètre

Le périmètre correspond à la limite extérieure du bassin.

Chaque bassin réagit d'une façon propre aux précipitations qu'il reçoit. Ces caractéristiques hydrologiques sont fonction d'une part du climat qu'il subit et d'autre part de son propre milieu physique.

Pour pouvoir comparer deux bassins entre eux et expliquer leur comportement distinct, placés dans les mêmes conditions météorologiques, il est nécessaire da quantifier les facteurs du milieu physique. Selon la nature des terrains, on peut distinguer 2 types de bassins versants :

Bassin versant topographique

Si le sous-sol est imperméable, le cheminement de l'eau ne sera déterminé que par la topographie. Le bassin versant sera alors limité par des lignes de crêtes et des lignes de plus grande pente

Bassin versant hydrogéologique

Dans le cas où la région a un sous-sol perméable, une partie des eaux tombées à l'intérieur du bassin topographique s'infiltre puis va sortir souterrainement du bassin. Ainsi, on ajoutera aux considérations topographiques des considérations d'ordre géologique pour déterminer les limites du bassin versant.

1.2 Caractéristiques de forme

La forme du bassin versant influence fortement l'écoulement global et notamment le temps de réponse du bassin versant. C'est la configuration géométrique projetée sur un plan horizontal. Un bassin versant allongé ne réagira pas de la même manière qu'un bassin ramassé même s'ils sont placés dans les mêmes conditions météorologiques (Fig.1.2).

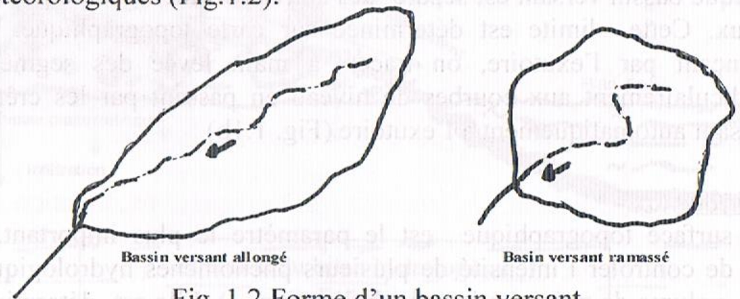


Fig. 1.2 Forme d'un bassin versant

Indice de compacité de Gravelius K_c

Appelé aussi indice de forme, cet indice caractérisant la forme du bassin versant est le rapport entre le périmètre du bassin P et la circonférence du cercle P' de rayon R ayant la même superficie S que le bassin, soit :

$$K_c = \frac{P}{P'} = \frac{P}{2\pi R} \qquad (1.1)$$

avec : $S = \pi R^2$ et $R = \sqrt{\frac{S}{\pi}}$

$$K_c = \frac{P}{2\pi\sqrt{\frac{S}{\pi}}} = \frac{\sqrt{\pi}}{2\pi}\frac{P}{\sqrt{S}} = 0.28\,\frac{P}{\sqrt{S}} \qquad (1.2)$$

Rectangle équivalent ou rectangle de Gravelius

C'est une transformation purement géométrique en un rectangle de dimensions L et l ayant la même surface que le bassin versant. Il permet de comparer les bassins versants entre eux du point de vue de l'écoulement. Les courbes de niveau sont des droites parallèles aux petits côtés du rectangle et l'exutoire est l'un de ces petits côtés.

Le périmètre et la surface du rectangle sont respectivement :

$$P = 2\,(L + l) \quad \text{et} \quad S = L \times l \qquad (1.3)$$

La longueur L et la largeur l en Km sont données par la résolution de P et S :

$$L\,,\,l = K_c\,\frac{\sqrt{S}}{1.128}\left(1 \pm \sqrt{1 - \left(\frac{1.128}{K_c}\right)^2}\right) \qquad (1.4)$$

Un exemple de la représentation graphique du rectangle équivalent est donné en Figure 1.3.

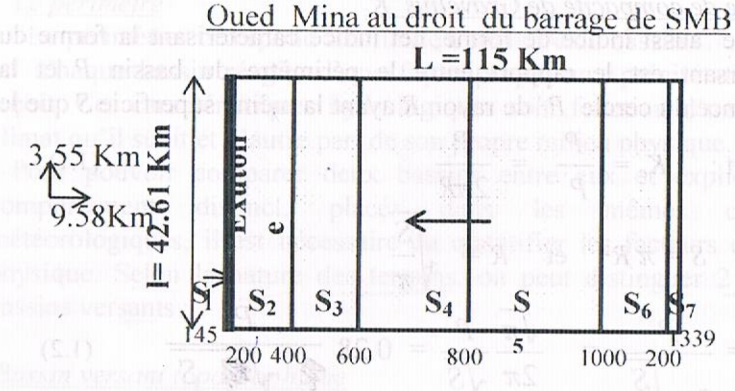


Fig. 1.3 Rectangle équivalent

1.3 Relief

Répartition et Courbe hypsométrique

Elles sont d'une grande importance dans l'étude du relief d'un bassin versant. Sur un graphique, on porte en ordonnée l'altitude et en abscisse la surface souvent exprimée en %.

Les surfaces partielles par tranche d'altitude sont données dans le Tableau 1.1. La courbe hypsométrique est donnée par la Figure 1.4.

Dans la description du bassin versant, la répartition hypsométrique est aussi présentée, montrant la fraction ou le pourcentage de la surface comprise entre 2 courbes de niveau consécutives (Fig.1.4).

Altitudes	Surfaces partielles	Surfaces partielles	Surfaces cumulées
m	Km²	%	%
1339-1200	30	0.61	0.61
1200-1000	960	19.59	20.20
1000- 800	1318	26.90	47.10
800- 600	1070	21.84	68.94
600- 400	1082	22.08	91.03
400- 200	405	8.26	99.28
200- 145	35	0.71	100.00

Tab. 1.1 Surfaces partielles du bassin versant par tranche d'altitude

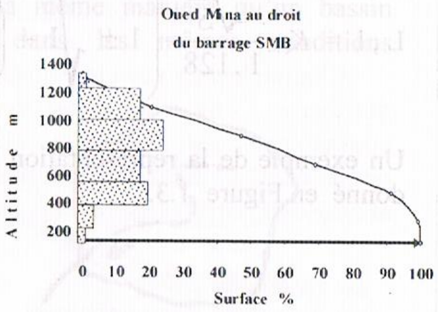


Fig.1.4 Répartition et courbe hypsométrique

Sur la courbe hypsométrique, l'altitude médiane ou $H_{50\%}$ est déterminée. L'altitude moyenne H_{moy} est calculée par la formule 1.5.

$$H_{moy} = \frac{\sum_{i=1}^{n} S_i H_i}{S} \quad \text{avec} \quad H_i = \frac{H_{n-1}+H_n}{2} \qquad (1.5)$$

Avec :

Hi : Altitude moyenne entre 2 courbes de niveaux consécutives n-1 et n en m;

Si : Surface partielle comprise entre 2 courbes de niveau consécutives n-1 et n en Km² ;

S : Surface totale du bassin versant en Km²

Indice de pente globale I_g

Il est définit comme étant le rapport entre l'altitude comprise entre 5% et 95% de la surface du bassin et la longueur du rectangle équivalent. On prend 2 points S_1 et S_2 sur l'axe des abscisses tels que 90% de la surface du bassin versant soit comprise entre ces 2 valeurs et que 5% de la surface totale du bassin versant soit inférieure à S_1 et 5% soit supérieure à S_2.

Les altitudes correspondantes sont lues la courbe hypsométrique. Il est donné par la formule 1.6.

$$I_g = \frac{D}{L} = \frac{H_{5\%}-H_{95\%}}{L} \qquad (1.6)$$

Avec :

D : Dénivelée entre $H_{5\%}$ et $H_{95\%}$ (m)

L : Longueur du rectangle équivalent (Km)

$H_{5\%}$ et $H_{95\%}$ sont respectivement les altitudes correspondantes à $S_{5\%}$ et $S_{95\%}$

Cet indice, très facile à calculer, est très utilisé. Il sert de base à une des classifications O.R.S.T.O.M. pour des bassins versants dont la surface est de l'ordre de 25 km² (Tab. 1.2)

Par ailleurs, cet indice simple est étroitement corrélé avec l'indice de pente de Roche I_p:

$$I_g = 0{,}8\, I_p^{\,2} \qquad (1.7)$$

Tab. 1.2. Classification du relief

R1	Relief très faible	$I_g < 0.002$
R2	Relief faible	$0.002 < I_g < 0.005$
R3	Relief assez faible	$0.005 < I_g < 0.01$
R4	Relief modéré	$0.01 < I_g < 0.02$
R5	Relief assez fort	$0.02 < I_g < 0.05$
R6	Relief fort	$0.05 < I_g < 0.1$
R7	Relief très fort	$0.05 < I_g$

Indice de pente de Roche I_p

I_p est la moyenne de la racine carrée des pentes mesurées sur le rectangle équivalent, et pondérée par les surfaces comprises entre 2 courbes de niveau H_i et H_{i-1}. Il est donné par la formule 1.8.

$$I_p = \frac{1}{\sqrt{L}} \sum_i^n \sqrt{S_i (H_i - H_{i-1})} \qquad (1.8)$$

L : Longueur du bassin versant (m)

S_i : Surface partielle (%) comprise entre 2 courbes de niveau consécutives H_i et H_{i-1} (m)

Pente moyenne du bassin versant I_m

Elle est donnée par la formule 1.7

$$I_m = \frac{\Delta H(0.5 l_1 + l_2 + l_3 + \dots\dots\dots + 0.5 l_n)}{S} \qquad (1.9)$$

Avec :

ΔH : Dénivelée (m)

l_i : Longueur de la courbe de niveau d'ordre 1, 2,…n (m)

S : Surface du bassin versant (Km²)

II. LE RESEAU D'ECOULEMENT

2.1 Densité de drainage D_d

Elle est définie comme étant le rapport entre la longueur totale de tous les talwegs "L_i" du bassin versant, à la surface totale " S ". Elle reflète la dynamique du bassin, la stabilité du chevelu hydrographique et le type de ruissellement de surface. Elle est exprimée en Km/Km².

$$D_d = \frac{\sum_{i=1}^{n} L_i}{S} \qquad (1.10)$$

Avec :

$\sum_i^n L_i$: Somme des longueurs de tous les cours d'eau d'ordre i (Km)

S : Surface du bassin versant en Km²

Pour procéder à son calcul, il faut classer les cours d'eau. Il existe plusieurs classifications, la plus utilisée est celle de Schum, qui dit « *Est d'ordre x+1, tout tronçon de cours de rivière formé par la réunion de 2 cours d'eau d'ordre x* » (Fig 1. 5).

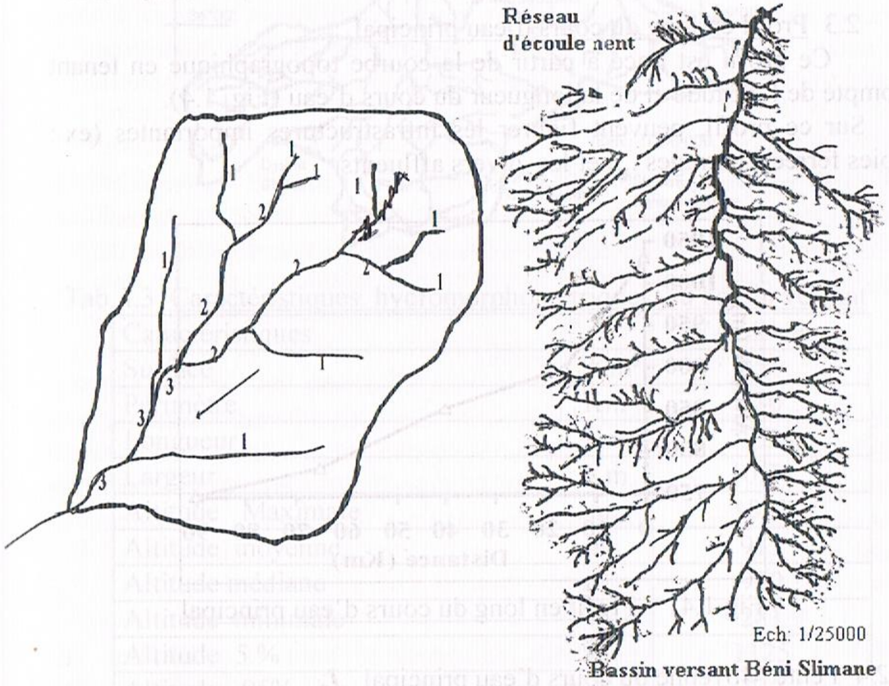


Fig 1. 5 Classification de Schum

2.2 Temps de concentration du bassin versant t_c

C'est le temps que met la particule d'eau la plus éloignée pour arriver à l'exutoire. Il existe plusieurs formules. Dans le contexte algérien et pour les grands bassins versants, il peut être notamment calculé par l'ancienne formule de Giandotti (1937) soit :

$$t_c = \frac{4\sqrt{S} + 1{,}5\,L_{cp}}{0{,}8\sqrt{H_{moy} - H_{min}}} \quad (1.11)$$

Avec:

S : surface du bassin versant (Km²) ;
L_{cp} : longueur du cours d'eau principal (Km) ;
t_c : temps de concentration exprimé en heure (heure)
H_{moy} : altitude moyenne (m) ;
H_{min} : altitude minimale (m).

2.3 Profil en long du cours d'eau principal

Ce profil est tracé à partir de la courbe topographique en tenant compte de l'altitude et de la longueur du cours d'eau (Fig. 1.4).

Sur ce profil, peuvent figurer les infrastructures importantes (ex : voies ferrées, barrages ...) et les divers affluents.

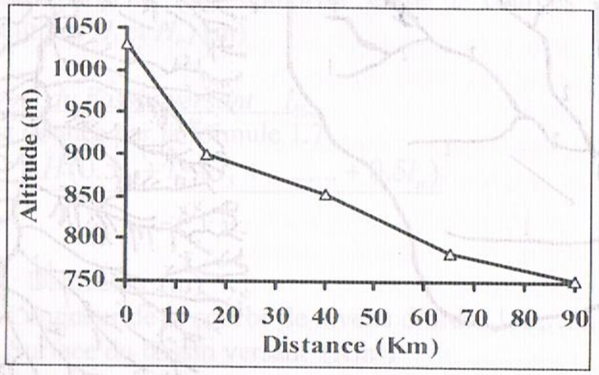


Fig 1.4 Profil en long du cours d'eau principal

2.4 Pente Moyenne du cours d'eau principal I_c

Elle exprime le rapport entre la dénivelée et longueur comprise entre 2 points suffisamment éloignés sur le cours d'eau principal. Il est donné par la formule 1.12.

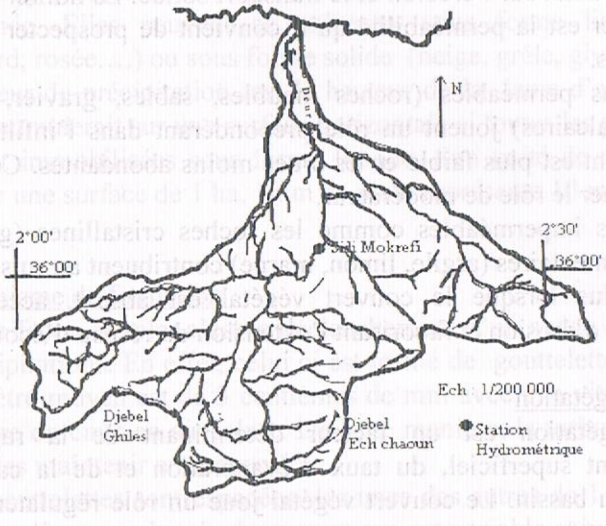
$$I_c = \frac{\Delta H}{\Delta L} \quad (1.12)$$

Avec :

ΔH : Dénivelée entre 2 points suffisamment distants (m)
ΔL : Distance entre ces 2 points (Km)

Exemple de calcul des caractéristiques hydrographiques : Bassin versant de l'Oued Deurdeur

Les résultats de calcul sont présentés dans le tableau I.3



Tab. I.3 Caractéristiques hydromorphométriques du bassin versant

Caractéristiques		VALEUR
Surface	Km²	851
Périmètre	Km	180
Longueur	Km	79.26
Largeur	Km	10.74
Altitude Maximale	m	1813
Altitude moyenne	m	913
Altitude médiane	m	920
Altitude minimale	m	281
Altitude 5 %	%	1125
Altitude 95%	m	320
Indice de compacité	/	1.74
Indice de pente globale	m/Km	12.62
Pente moyenne du bassin versant	%	2
Longueur du cours d'eau principal	Km	135
Densité de drainage	Km/Km²	2.97
Temps de concentration	h	10

III. AUTRES CARACTERISTIQUES DU BASSIN VERSANT

3.1 Géologie

Son influence se fait sentir non seulement sur le régime du cours d'eau mais aussi sur l'érosion et le transport solide. La notion essentielle à considérer est la perméabilité qu'il convient de prospecter sur cartes géologiques.

Les terrains perméables (roches meubles, sables, gravier, alluvions diverses, calcaires) jouent un rôle prépondérant dans l'infiltration. Le ruissellement est plus faible et les crues moins abondantes. Ces terrains peuvent jouer le rôle de modérateur.

Les terrains imperméables comme les roches cristallines (granit), les roches sédimentaires (argile, limon, marne) contribuent au ruissellement, d'autant plus lorsque le couvert végétal est absent, accentuant le phénomène d'érosion et favorisant l'extension du réseau d'écoulement.

3.2 Végétation

La végétation est un facteur déterminant de la rapidité du ruissellement superficiel, du taux d'évaporation et de la capacité de rétention du bassin. Le couvert végétal joue un rôle régulateur dans le régime d'écoulement.

3.3 Caractéristiques thermiques

L'étude hydrologique d'un bassin versant devrait se compléter par l'analyse de son bilan thermique, dans lequel interviendraient non seulement la chaleur apportée par le rayonnement solaire mais aussi les échanges de chaleur entre le sol, l'atmosphère, les nappes d'eau, les masses glaciaires…..Souvent, par manque de données, les calculs ne sont pas faits.

3.4 Vents

L'étude des vents est indispensable pour la réalisation des ouvrages d'art et dans le domaine de l'irrigation. Il convient de connaître leur répartition mensuelle quant à leur vitesse et leur fréquence sans pour autant négliger leur direction. L'élaboration de la rose des vents est indispensable pour ce genre d'étude.

Chapitre deuxième : LES PRECIPITATIONS

Les précipitations sont définies comme l'ensemble des eaux météorologiques recueillies par un bassin versant ou une surface bien déterminée. Elles peuvent se présenter sous forme liquide (pluie, brouillard, rosée….) ou sous forme solide (neige, grêle, givre…).

La hauteur de précipitation est la hauteur de la lame d'eau précipitée qui s'accumulerait sur une surface horizontale si toutes les précipitations y étaient immobilisées sous forme liquide. Son unité de mesure est le mm. Sur une surface de 1 ha, 1mm de pluie représente 10 m^3 d'eau.

I. Mécanisme de formation

D'une façon simple, c'est le déclenchement d'un nuage qui provoque les précipitations. En effet, celui ci est formé de gouttelettes d'eau dont le diamètre moyen est de 3 centièmes de mm avec une vitesse de chute de l'ordre du cm/s en air calme. De cette manière, la turbulence de l'air suffit à les maintenir en suspension.

Ces gouttelettes sont espacées les unes des autres de 1 mm environ. La masse d'eau condensée dans un nuage est variable suivant le type de nuage et est souvent comprise entre 0.5 à 2 g/m^3.

Les gouttes de pluies sont plus grosses, leur diamètre moyen est compris entre 0.5 et 2 mm. Pour que les gouttelettes de condensation se transforment en goutte de pluie, elles doivent augmenter 10^5 à 10^6 fois leur volume initial. Cet accroissement peut se faire soit par coalescence directe soit par condensation de la vapeur d'eau.

1.1 Processus par coalescence directe

Le grossissement est dû à la fusion de plusieurs gouttelettes en une seule, sous l'effet de chocs répétés qui peuvent être attribués à :

- l'attraction électrostatique des gouttelettes de nuage chargées électriquement ;
- l'attraction hydrodynamique entre 2 gouttelettes rapprochées et en mouvement par rapport à l'air environnant ;
- la microturbulence qui peut engendrer des collisions multiples ;
- au balayage des fines gouttelettes par les grosses gouttes qui tombent à travers le nuage.

1.2 Processus par condensation de vapeur d'eau

Ce phénomène se poursuit lorsqu'il existe des différences de températures entre les gouttelettes de nuage, amenant les gouttes chaudes à se vaporiser des au profit d'une minorité de gouttes froides.

II. CLASSIFICATION DES PRECIPITATIONS

Les précipitations peuvent être regroupés en 3 classes :

- précipitation de convection
- précipitation orographique
- précipitation cyclonique ou de front

2.1 Précipitations de convection

Par temps chaud, les masses d'air situées au voisinage du sol, chauffées par l'action du soleil s'élèvent. Il se forme alors des cellules de convection dans lesquelles les masses d'air atteignent le niveau de condensation, il y a formation du nuage. La condensation en libérant des calories permet la poursuite de l'ascension. Les nuages atteignent une altitude où la température sera suffisamment basse et l'air suffisamment turbulent pour que les pluies se déclenchent. Ces pluies se produisent surtout dans les zones où l'air se chauffe durant la matinée et les pluies éclatent dans l'après midi.

2.2 Précipitations orographiques

Lorqu'une masse d'air se déplace horizontalement et rencontre une barrière montagneuse, elle se trouve obliger de monter.

L'air se refroidit suivant le gradient de température $(0.6_{c}{}^{o}/100\ \text{m})$ jusqu'à atteindre le niveau de condensation, puis le niveau de déclenchement des précipitations. Les premières précipitations se font sous forme de pluie, mais si l'ascension continue, il y a formation de grêle puis de neige.

2.3 Précipitations cycloniques

Ces précipitations se forment lorsque 2 masses d'air de température et d'humidité différentes se rencontrent. Les masses d'air chaudes ont tendance à monter tandis que les masses d'air froides et sèches glissent sous l'air chaud.

III. MESURE DES PRECIPITATIONS

Il existe 2 sortes de pluviomètres pour la mesure des précipitations, non enregistreurs et enregistreurs appelés respectivement pluviomètres et pluviographes.

3.1 Pluviomètres

N'importe quel récipient ouvert pourrait servir de pluviomètre, mais pour que les observations soient fiables et précises et surtout comparables, il est indispensable d'utiliser des pluviomètres normalisés ayant des caractéristiques propres :

- l'ouverture du pluviomètre doit être horizontale ;
- l'erreur doit être inférieure à 1% pour chaque degré d'inclinaison ;
- A une même station, pour une même hauteur de précipitation, la quantité d'eau recueillie est variable suivant la hauteur de la surface réceptrice du pluviomètre par rapport au sol. Généralement, les pluviomètres sont installés de telle sorte que l'arête de la bague soit à 1m au dessus de la surface du sol.
- Les pluviomètres doivent être éloignés de chaque obstacle d'une distance au moins égale à 4 fois la hauteur de l'obstacle.

Le pluviomètre est un appareil simple ayant une surface réceptrice limitée par une bague. L'eau qui traverse cette surface est dirigée par un entonnoir vers un seau récepteur. Si, durant un certain intervalle de temps Δt, on a récupéré un volume V à travers la surface réceptrice S, la hauteur de pluie H_V tombée est :

$$H_V = \frac{V}{S} \qquad (2.1)$$

Dans la pratique, on adjoint à chaque pluviomètre une éprouvette graduée (fonction de la surface réceptrice S) qui permet la lecture directe de H_V en 1/10$^{\text{ème}}$ mm (Fig 2.1).

3.2 Pluviographes

Dans les études hydrologiques, il est important de connaître non seulement la lame d'eau précipitée totale pour une période donnée, mais aussi sa variation dans le temps, c'est-à-dire son intensité en mm/h ou en mm/mn, surtout lors d'une averse (ex : orage).

Ces appareils sont destinés à l'enregistrement de la hauteur de pluie cumulée en fonction du temps.

Plusieurs types de pluviographes existent : les pluviographes à augets basculeurs (les plus répandus), les pluviographes à balance et les pluviographes à siphon…. (Fig. 2.1)

3.3 Nivomètres

Ces appareils sont utilisés en région montagneuse où la neige est prépondérante (Fig. 2.1). Ils permettent de connaître non seulement l'importance quantitative du manteau neigeux mais aussi son état (prévision d'avalanches, prévision de crues, ….. *etc.*).

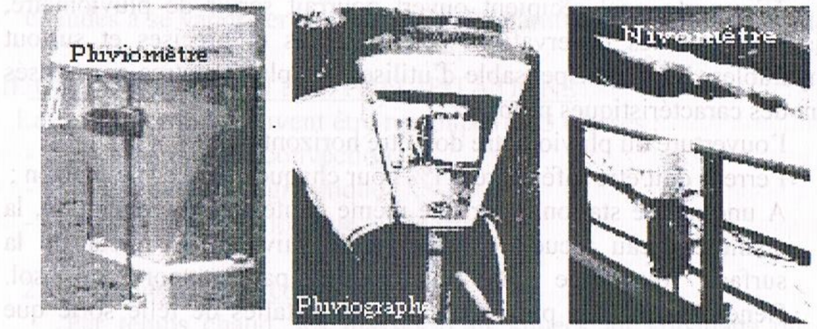


Fig. 2. 1 Appareils de mesure des précipitations

3.4 Etablissement d'un réseau pluviométrique

La qualité de l'information dépend de la densité du réseau pluviométrique. Plus le réseau est dense, plus l'information est importante en quantité. Le choix du type d'appareils que l'on veut installer dépend du but que l'on veut atteindre.

La densité minimale d'un réseau pluviométrique est donnée dans le tableau 2.1.

Pour estimer les débits à partir des précipitations, la répartition du réseau ne doit pas être uniforme sur tout le bassin mais disposée de façon à ce que chaque appareil contrôle une zone présumée d'égale pluviométrie. Il faut donc augmenter leur densité dans les parties hautes du bassin.

Il est possible de calculer cette densité. Soit un bassin versant équipé de N pluviomètres ayant au moins un enregistrement d'une dizaine d'années, le nombre optimal de pluviomètres à installer pour évaluer le volume total précipité est donné par la formule 2.2.

$$N = \left(\frac{C_v}{p}\right)^2 \qquad (2.2)$$

Où :

p est le pourcentage d'erreur admissible et C_v le coefficient de variation des hauteurs de pluies aux stations pluviométriques existantes.

Tab. 2.1 Densité d'un réseau pluviométrique

Type de région	Nombre de Km² par station Conditions normales	Nombre de Km² par station, conditions très difficiles.
Régions non montagneuses de climat tempéré méditerranéen et tropical	600 ÷ 900	900 ÷ 3000
Régions montagneuses de climat tempéré méditerranéen et tropical	100 ÷ 250	250 ÷ 1000
Petites îles très montagneuses	25	/
Régions arides et polaires	1500 ÷ 10 000	/

IV. ANALYSE DES PRECIPITATIONS SUR L'ENSEMBLE D'UN BASSIN VERSANT

L'analyse des pluies est basée sur les relevés pluviométriques effectués dans un certain nombre de stations sur une surface topographique considérée. Elle est basée sur l'hypothèse que la pluie tombée à une station est représentative de celle tombée tout autour de cette station sur une étendue plus ou moins large selon la densité du réseau que l'on appelle zone d'influence du pluviomètre.

La détermination de la précipitation moyenne représentative de l'ensemble du bassin versant peut être calculée par diverses méthodes. Les plus utilisées sont celle de Thiessen et celle des isohyètes.

4.1 Méthode de Thiessen

C'est une méthode purement géométrique et très utilisée, elle permet d'identifier à partir de la densité du réseau pluviométrique, les zones d'influences et la précipitation moyenne. Cette dernière est donnée par la formule 2. 3.

$$P_{moy} = \frac{\sum_{i=1}^{n} S_i P_i}{S} \qquad (2.3)$$

Avec :

S_i : surface d'influence du pluviomètre i
P_i : Précipitation au poste i
S : Surface du bassin versant

Principe de la méthode

- Les stations pluviométriques sont reportées sur le bassin versant selon leurs coordonnées Lambert ;
- Des séries de droites sont tracées reliant les postes pluviométriques 2 à 2 sans s'entrecouper, formant ainsi des triangles;
- Au milieu de chaque côté du triangle, une médiatrice est tracée ;
- L'intersection des médiatrices des triangles délimite la zone d'influence de chaque poste pluviométrique ;
- La surface affectée à chaque poste pluviométrique est planimétrée permettant de calculer la précipitation moyenne P_{moy} sur l'ensemble du bassin (Fig.2. 2).

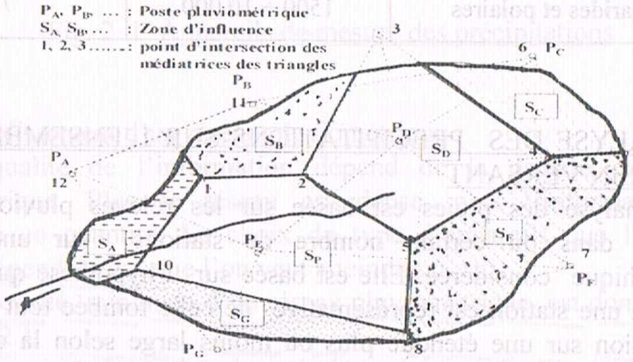

P
P_A, P_B ... : Poste pluviométrique
S_A, S_B ... : Zone d'influence
1, 2, 3 ......: point d'intersection des médiatrices des triangles
P_A
P_B
P_C
P_D
P_E
P_F
P_G
S_A
S_B
S_C
S_D
S_E
S_F
S_G
1
2
3
4
5
6
7
8
10
11
12

Fig. 2. 2 Méthode de Thiessen

$$P_{moy} = \frac{S_A P_A + S_B P_B + S_C P_C + S_D P_D + S_E P_E + S_F P_F + S_G P_G}{S} \quad (2.4)$$

4.2 Méthode des isohyètes

La méthode des isohyètes est plus précise que celle de Thiessen mais plus laborieuse. Si l'on dispose des cartes d'isohyètes dans la région d'étude, autant les utiliser directement. Dans le cas contraire, il faut tracer le réseau d'isohyètes du bassin à partir des observations. Lorsque l'on trace le réseau d'isohyètes, il faut tenir compte des stations qui se trouvent à l'extérieur du bassin (ceci reste valable pour la méthode de Thiessen). La précipitation moyenne est calculée par la formule 2.5.

$$P_{moy} = \frac{\sum_{i=1}^{n} S_i \overline{P}}{S} \quad (2.5)$$

Avec :

$\overline{P_i}$: Précipitation moyenne pour la surface *i*

$$\overline{P_i} = \frac{P_i + P_{i+1}}{2}$$

S_i : Surface comprise entre 2 isohyètes consécutives P_i et P_{i+1}

V. ANALYSE DES AVERSES A UNE STATION PLUVIOMETRIQUE

L'étude des averses revêt une importance capitale en hydrologie non seulement dans le dimensionnement des ouvrages en assainissement urbain et rural mais aussi dans l'étude des crues et la construction des hydrogrammes probables. La connaissance de la pluie maximale probable est indispensable voire obligatoire pour la détermination du ruissellement.

5.1 Pluie maximale probable *PMP*

La Pluie Maximale Probable ou *PMP* est définie comme étant la plus forte précipitation d'une durée déterminée qui est physiquement possible sur une surface donnée, dans un site géographique et à une certaine période de l'année.

Pour un bassin versant donné, il existe une *PMP* qui produira la crue critique pour une durée critique à un exutoire.

Pour choisir cette *PMP*, il faut définir les hydrogrammes de ruissellement résultant de la *PMP* de différentes durées.

Une *PMP* peut résulter d'une averse isolée ou d'une séquence d'averses.

Ex: Les averses orageuses ont de grandes chances de fournir des *PMP* relatives à des surfaces inférieures à environ 1000 Km² pour des durées inférieures à 6h.

Les averses généralisées (comprenant parfois des averses orageuses) produisent des pluies moins intenses en moyenne dont la durée plus longue conduit à des hauteurs pluviométriques totales plus élevées pour des durées supérieures à 6h et pour de grandes surfaces.

Le principe de base pour déterminer la crue critique est que cette durée doit être suffisamment longue pour que tout accroissement de précipitation nette puisse être incorporé dans le calcul de l'hydrogramme final.

Pour plus d'efficacité, il est préférable de considérer la séquence complète de la pluie et les estimations des pertes pour déterminer à quel moment se produit la fin de la précipitation efficace.

Une des méthodes d'estimation de cette *PMP* est la méthode statistique basée sur l'équation générale de fréquence.

$$\hat{X}_{p\%} = \overline{X} + K_{p\%}\, S \qquad (2.6)$$

Avec :

$\hat{X}_{p\%}$: précipitation de fréquence $P\%$

$\overline{X}$: moyenne des précipitations maximales annuelles d'une série de n années.

S : Ecart type des maxima annuels

$K_{p\%}$: Variable statistique variant selon les différentes lois ajustées aux précipitations.

Les valeurs de $K_{p\%t}$ utilisées dans cette équation sont données en fonction de la durée de la pluie et de la moyenne des valeurs maximales annuelles. Pour obtenir la valeur finale de la pluie, il faut trois ajustements sur les valeurs de $K_{p\%}$ et S en prenant en compte :

- l'effet des pluies extrêmes correspondant à des événements rares ;
- l'asymétrie des longues séries d'observation ;
- le fait que les précipitations observées sur des intervalles de temps fixes donnent rarement les quantités maximales pour la durée considérée.

Etant donné que l'équation statistique fournit un résultat ponctuel, ce dernier doit être pondéré pour passer à une pluie moyenne sur le bassin versant.

Cette réduction nécessite l'établissement des courbes " Hauteur - Durée - Fréquence " en fonction du pourcentage de précipitation maximale probable *PMP*, appelées " *Courbes d'Abattement* ".

Les valeurs ponctuelles sont souvent estimées n'être applicables sans abattement que pour des surfaces comprises entre 1 et 25 Km² (en fonction de la durée de l'événement pluvieux) et ne sont généralement pas extrapolées à des surfaces supérieures à 1000 Km² pour lesquelles elles ne sont pas fiables.

- L'analyse statistique des pluies peut être effectuée à partir des séries partielles ou annuelles des précipitations extrêmes. Les intensités des pluies d'une durée donnée sont analysées (ex: 1h ou 1 j.....).

La durée choisie doit être en relation avec la superficie du bassin versant considéré.

Il est possible aussi de sélectionner les valeurs supérieures à une intensité donnée afin de disposer de séries partielles de valeurs dépassant le seuil que l'on s'est fixé. Souvent les lois de Gumbel, Pearson III et Log-Pearson III sont utilisées. Et, dans ce cas, il est possible d'extrapoler jusqu'à des périodes de retour de 1000 ans à 10000 ans si les zones étudiées se trouvent dans des zones météorologiques stables.

L'extrapolation peut se faire pour les plus fortes averses enregistrées au cours d'un cyclone et là, il faut une méthode déterministe et non-probabilistique.

Dans les régions caractérisées par une grande variabilité de la pluviométrie (Australie, Algérie), l'extrapolation ne peut se faire au delà de T=100 ans ± 500 ans et ceci est à prendre avec précaution.

Pour une extrapolation T>500 ans, il faut utiliser une distribution mixte en plus de la distribution Log-Pearson III. Cette distribution mixte permet de séparer la distribution de fréquence ajustée à la population des pluies ordinaires de celle ajustée à la population des ouragans les plus rares ou de cyclones tropicaux.

- Les pluies de courtes durées sont très importantes pour les petits bassins versants et peuvent poser des problèmes surtout si le réseau pluviométrique est lâche.
- Les statistiques des pluies ponctuelles mesurées doivent être considérées comme représentatives de la pluviométrie au point considéré et peuvent être admises comme représentant les valeurs Intensité – Durée - Fréquence sur des surfaces d'étendue limitée de 1 à 25 Km² en fonction de la durée de l'événement pluvieux.

Pour des surfaces plus importantes, il n'est pas réaliste que la même intensité puissent être appliquée à toute la surface considérée et une réduction doit être apportée à la pluie ponctuelle en utilisant des coefficients d'abattement en fonction de la superficie.

Le service météorologique des Etats Unis a étudié ce problème et a publié des coefficients d'abattement en fonction de la surface et de la période de retour jusqu'à T = 100 ans

5.2 Notion d'averses

On entend par *averse* une période de forte pluie ininterrompue. L'averse est caractérisée par son intensité, c'est-à-dire par la quantité de pluie ΔH tombée en un temps Δt. S'il tombe sur un bassin une pluie d'une hauteur H mm, elle provoque un ruissellement différent selon qu'elle tombe en 6h ou en 15mn. L'intensité de pluie varie à chaque instant au cours d'une même averse.

Dans la pratique, ces variations sont représentées par un hyétogramme (Fig. 2.3) qui est tiré à partir du pluviogramme avec en abscisse le temps et en ordonnée l'intensité de la pluie.

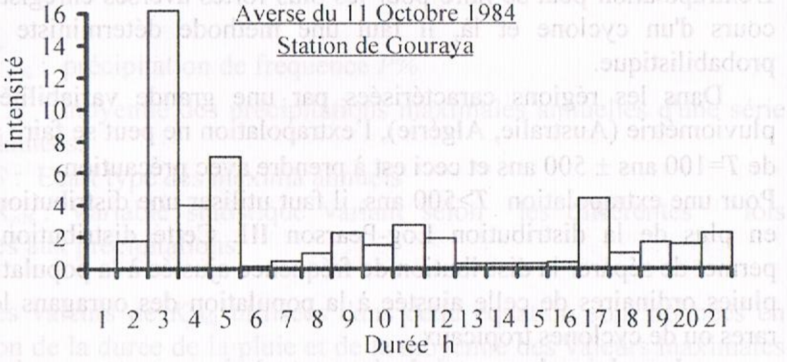


Fig. 2.3 Hyétogramme d'une pluie de durée de 21h

5.3 Intensité moyenne maximale

L'analyse de cette intensité moyenne maximale est très importante dans le dimensionnement des réseaux d'égout, des systèmes de drainage et des aménagements anti-érosifs. « ***A égalité d'intensité, les pluies qui occasionnent la débit maximum en un point du réseau d'écoulement est celle dont la durée de précipitation est au moins égale au temps de concentration des eaux*** ».

L'ingénieur chargé d'un projet d'assainissement devra estimer l'intensité moyenne maximale afférente à un intervalle de temps Δt, de différents points du réseau et qui sera atteinte ou dépassée une fois en 10, 20 ou 50 ans. Lors de l'étude des averses, il convient donc de déterminer les valeurs des intensités moyennes maximales pour plusieurs valeurs échelonnées de l'intervalle de référence Δt.

Les observations ont montré que l'intensité moyenne maximale

$\bar{i}_t = \dfrac{\Delta h}{\Delta t}$ pendant une averse est d'autant plus grande que la durée de l'intervalle de référence est courte.

Ainsi, pour chaque station pluviométrique, il convient de connaître l'exposant climatique qui ne peut être fourni qu'après analyse des l'averses type à cette station et avoir tracé la courbe de l'intensité moyenne maximale en fonction de l'intervalle de référence Δt.

Le procédé de calcul est simple mais laborieux :

Soit *n* averses enregistrées à un poste pluviométriques sur une période de *N* années. Sur le pluviogramme de chaque averse, il convient de déterminer les $\bar{i}_t$ correspondantes à des intervalles de référence Δt, puis échelonnés dans le temps (de 5 en 5 mn pendant 30mn, de 15 en 15 mn pendant 2h ……). Dans le tableau 2.1, nous avons expliqué la procédure de dépouillement.

Tab. 2.1. Exemple de dépouillement d'une averse d'une durée de 1 h

Δt mn	Δh max mm	Début de l'intervalle de référence	Fin de l'intervalle de référence	$\bar{i}_t = \dfrac{\Delta h}{\Delta t}$ mm/h
1	2	10h02	10h03	en valeur décroissante ↓
5	7			
10	20			
15	35			
30	38			
40	47			
45	68			
50	72			
60	81			

Ce dépouillement peut se faire pour différents intervalles de référence et différentes durées de l'averse, cela dépend du but atteindre.

A partir du tableau 2.1, la courbe des précipitations cumulées (Fig. 2.4) est tracée en classant les pluies tombées par unité de temps par ordre décroissant et en les cumulant à partir des valeurs les plus élevées.

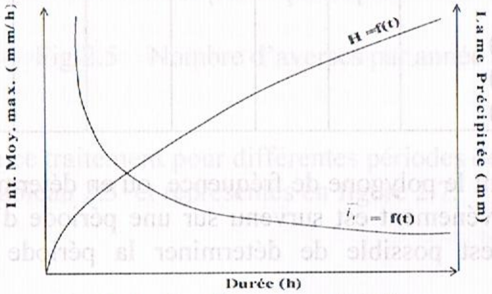


Fig.2.4 Courbes caractéristiques

Après ce travail, il est possible de s'intéresser qu'à l'intensité moyenne maximale sur un intervalle de temps Δt choisi (par exemple : $\Delta t = t_c$, 15 mn, 30 mn) que l'on regroupe dans un tableau (Tab. 2. 2).

Tab. 2. 2 Dépouillement des averses sur N années pour différents intervalles.

Intervalle de référence									
$\Delta t = 15$ mn				$\Delta t = 30$ mn			$\Delta t = tc$		
N° d'ordre	Date J.M.A	Δh mm	$\bar{i}_t = \frac{\Delta h}{\Delta t}$ mm/h	Date J.M.A	Δh	$\bar{i}_t = \frac{\Delta h}{\Delta t}$ mm/h	Date J.M.A	Δh mm	$\bar{i}_t = \frac{\Delta h}{\Delta t}$ mm/h
1	6.12.1985								
2	9.02.1986								
3	.								
4	.								
5	.								
.									
n									

Il est possible de réaliser ce dépouillement pour les valeurs de l'intervalle de référence Δt qui nous intéresse (ex : 1 mn, 5 mn, 10 mn, 15 mn….) comme il est présenté dans le tableau 2.3.

Tab. 2.3. Récapitulatif des résultats : $\bar{i}_t$ pour différentes périodes de retour.

Période de retour ans	Intervalle de référence Δt mn							
	1	5	10	15	30	60	90	120
2	$\bar{i}_t$	$\bar{i}_t$	$\bar{i}_t$					
5								
10								
20								
50								

En traçant le polygone de fréquence ou en déterminant le nombre de fois que l'événement est survenu sur une période d'observations de *N* années, il est possible de déterminer la période de retour de cet événement.

Si on suppose que $\bar{i}_t = \frac{\Delta h}{\Delta t} = 80$ mm/h pour un intervalle de référence de 30 mn, est apparu 10 fois, sur une période de 20 ans, sa fréquence est de 50% et sa période de retour est de 2 ans. Celle ci peut être considérée comme l'averse type de période de retour 2 ans pour une durée de 30 mn. On écrira : $\bar{i}_{30mn,50\%} = 80$mm/h.

Pour illustrer cette explication, un exemple concret est traité. Il s'agit de la station pluviométrique de Gouraya (W. Tipaza).

Sur une période d'observations de 17 années, 497 averses ont été observées parmi lesquelles nous en avons traité 34, c'est-à-dire les 2 maximales de chaque année en terme de pluie journalière. Le nombre d'averses par année est représenté en figure 2.5.

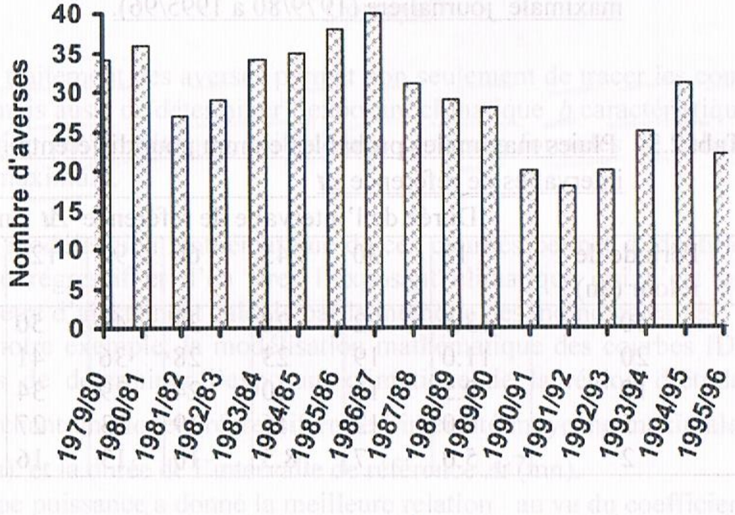


Fig.2.5 Nombre d'averses par année

Les résultats de ce traitement pour différentes périodes de retour sont résumés dans le tableau 2.3 et représentés en figure 2.7.

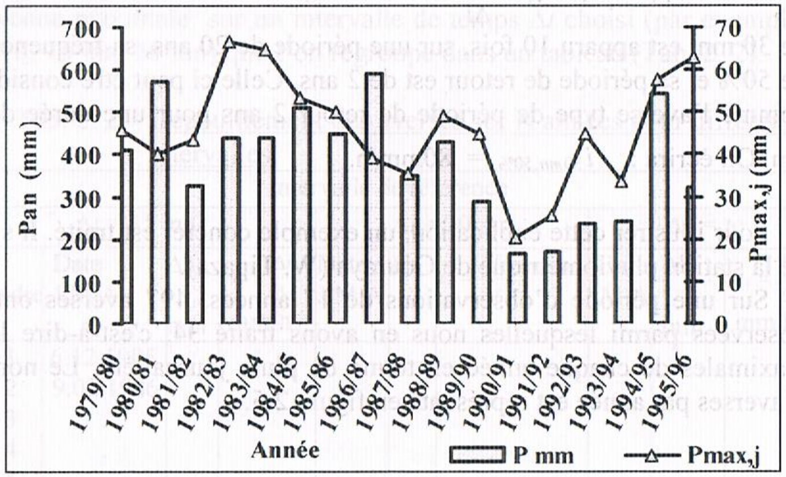


Fig. 2.6 Evolutions temporelles de la pluie annuelle et de la pluie maximale journalière (1979/80 à 1995/96).

Tab. 2.3 Pluies maximales probables en mm pour différents intervalles de référence Δt

Période de retour (an)	Durée de l'intervalle de référence Δt mn						
	15	30	45	60	90	120	180
50	13.5	22	28	34	44	50	54
20	11.0	19	23	28	36	41	45
10	9.5	16	20	24	29	34	38
5	7.0	12	16	19	23	27	28
2	5.0	7	8.5	10	13	16	21

Ceci permettra de tracer les courbes d'Intensité –Durée – Fréquence (Fig. 2.8)

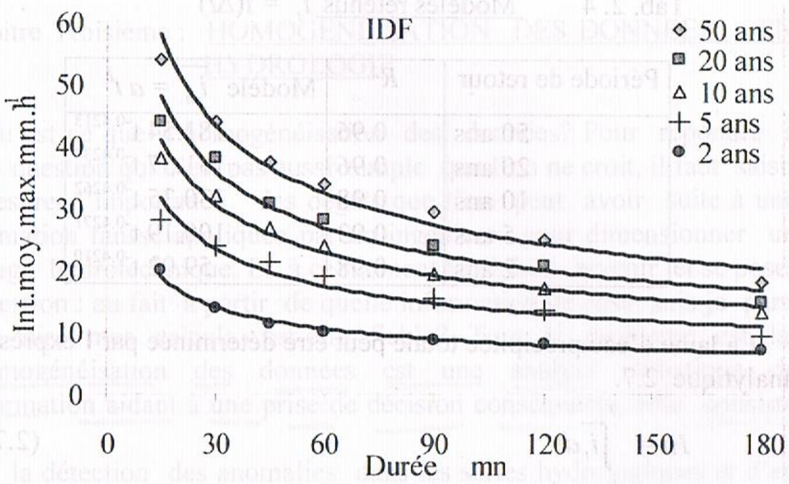


Fig. 2.8 Courbe Intensité – Durée – Fréquence (Station de Gouraya)

Le traitement des averses permet non seulement de tracer les courbes *IDF*, mais aussi de déterminer l'exposant climatique *b* caractéristique de la station pluviométrique, utilisé dans plusieurs formules de calcul du débit maximum.

La modélisation mathématique de ces courbes permet d'identifier le modèle régressif et d'en tirer l'exposant climatique qui n'est qu'un paramètre d'ajustement calculé par la méthode des moindres carrés.
Pour notre exemple, la modélisation mathématique des courbes IDF a permis de déterminer l'exposant climatique de la région d'étude en recherchant un modèle régressif entre l'intensité moyenne maximale $\overline{i_m}$ (mm/h) et la durée de l'intervalle de référence Δt (mn).
Le type puissance a donné la meilleure relation au vu du coefficient de détermination R^2 où plus de 93 % de la variation totale est expliquée. La formulation de ces modèles est donnée dans le tableau 2. 4.

Au vu du tableau 2.4, la constance du coefficient d'ajustement *b* n'est autre que l'exposant climatique de la zone d'étude que nous considérons égal à 0.42. Ces modèles sont très comparables à ceux trouvés par Grisolet.

Tab. 2. 4 Modèles retenus $\overline{i_t} = f(\Delta t)$

Période de retour	R^2	Modèle $\overline{i_m} = a\,t^b$
50 ans	0.96	$181.54\ t^{-0.4213}$
20 ans	0.96	$151.57\ t^{-0.4234}$
10 ans	0.98	$130.35\ t^{-0.4262}$
5 ans	0.93	$100.19\ t^{-0.4271}$
2 ans	0.98	$59.02\ t^{-0.4210}$

La lame d'eau précipitée totale peut être déterminée par l'expression analytique 2.7.

$$Ht = \int_{t_1}^{T} \overline{i_t}\,dt \qquad (2.7)$$

Où :

t_1 : Début de l'averse
T : Fin de l'averse

Chapitre Troisième : HOMOGENEISATION DES DONNEES EN HYDROLOGIE

Qu'est ce que l'homogénéisation des données? Pour répondre à cette question qui n'est pas aussi simple que l'on ne croit, il faut saisir et mesurer l'importance des dégâts que l'on peut avoir suite à une information fausse appliquée par un ingénieur pour dimensionner un ouvrage hydrotechnique. Et à ce moment là, il faut revenir et se poser la question : au fait à partir de quelle information de base suis-je parti pour faire mes calculs, est-elle fiable? Tout le problème est là. L'homogénéisation des données est une analyse statistique de l'information aidant à une prise de décision conséquente. Elle consiste en :

- la détection des anomalies dans les séries hydrologiques et d'en chercher la cause ;
- la correction de ces anomalies par des méthodes appropriées ;
- l'extension des séries hydrologiques courtes à partir de séries de base homogènes, soit l'estimation d'une ou de plusieurs observations d'un échantillon à partir d'autres observations prises dans des endroits et à des moments différents sous la condition qu'il existe des liens de dépendance assez étroits.

I. DETECTION DES ERREURS ET CORRECTION DES DONNEES

Toute étude hydrologique nécessite la vérification des données utilisées. L'information de base quant à sa qualité revêt une très grande importance. On ne peut espérer à des résultats concluants si la donnée de base n'est pas fiable. De ce fait, l'analyse hydrologique se base sur l'exploitation de données, présentées souvent sous forme de séries statistiques et sujettes la plupart du temps à des erreurs qu'on appelle *erreurs systématiques*, qu'il convient de détecter et de corriger.

Le contrôle visuel s'avère toujours efficace et permet de déceler à prime abord les hétérogénéités grossières qui peuvent exister et de les corriger avec les originaux.

D'autres hétérogénéités moins évidentes peuvent exister et n'apparaissent pas lors de ce contrôle. Pour celles ci, il est obligatoire de recourir à certaines méthodes statistiques pour les déceler.

Les méthodes d'homogénéisation sont nombreuses et peuvent être graphiques ou analytiques.

1.1 Détection des erreurs

1.1.1 Méthode graphique : Méthode des doubles masses

Cette méthode permet de déceler graphiquement l'hétérogénéité de la série à étudier. Elle consiste à :

- sélectionner comme station de base une ou plusieurs stations dont les observations sont fiables ;
- faire les cumuls des données (annuelles, mensuelles, saisonnières). Dans le cas où l'on travaillerait avec plusieurs stations de référence, on crée une station virtuelle formée par la moyenne arithmétique des totaux individuels des autres stations supposées homogènes. On procède au même cumul pour la station à contrôler par rapport aux stations de base comme le montre le tableau 3.1.

Tab. 3.1. Exemple de Station fictive

Année	Station A	Station B	Station C	Station D	Station fictive F
1971/72	X_{Ao}	X_{Bo}	X_{Co}	X_{Do}	$X_{Fo}=\dfrac{X_{AC}+X_{B0}+\ldots+}{n}$
1972/73	X_{A1}	X_{B1}	X_{C1}	X_{D1}	X_{F1}
.					
.					
N	X_{AN}	X_{BN}	X_{CN}	X_{DN}	X_{FN}

N : Nombre d'années ; n : Nombre de stations

Ainsi, une série de données est formée constituée par la moyenne arithmétique des totaux individuels et qui va être considérée comme étant la station de base ou de référence.

Les valeurs correspondantes aux mêmes périodes sont portées en coordonnées rectangulaires. On obtient une courbe de double cumul.

Si les données de la station contrôlée sont homogènes par rapport à celles de la ou des stations de base, la courbe des double cumuls avoisine une droite (Fig. 3.1). Si elle possède une cassure à partir d'un point *M*, les observations à partir de ce point sont soit fausses soit hétérogènes.

Dans le cas où l'hétérogénéité serait détectée, la correction s'effectue par modification de la pente de la droite de double cumul des données antérieures ou postérieures à la date de la cassure. Seul le but visé par l'étude en cours peut indiquer quelle partie de la série est à corriger.

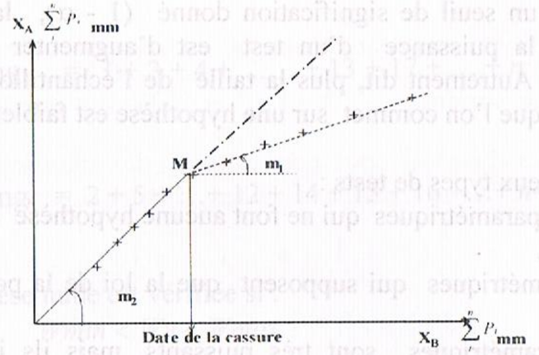


Fig. 3.1 Méthode des doubles masses

On corrige les données observées en multipliant le rapport de pente $\dfrac{m_1}{m_2}$ ou $\dfrac{m_2}{m_1}$ par la valeur erronée respectivement selon que l'on soit après la cassure ou avant la cassure.

Remarques : D'autres méthodes beaucoup plus précisent existent pour la détection des erreurs, entre autres la méthode des résidus, l'analyse en composantes principales...

1.1.2 Méthodes numériques

Elles consistent en l'utilisation de tests statistiques ou tests d'hypothèses ou tests de signification. Ces derniers permettent de comparer une population inconnue d'où est tiré notre échantillon avec une population connue ou hypothétique.

L'hydrologue fait l'hypothèse de travail, selon le résultat du test, il sera amené à rejeter ou non cette hypothèse. A cette question correspondent 2 types d'erreurs possibles :

- erreur de 1ère espèce qui consiste à rejeter l'hypothèse alors qu'elle est vraie. La probabilité de ce risque ou d'une telle erreur est désignée par α. La quantité (1 - α) s'appelle seuil ou niveau de signification du test. La valeur de α est choisie avant de procéder au test;
- erreur de 2ème espèce qui consiste à accepter à tord l'hypothèse alors qu'elle est fausse. La probabilité d'une telle erreur est β. La quantité 1 - β indique la puissance du test.

α et β sont étroitement liés. Quand α diminue, β augmente.

Pour un seuil de signification donné $(1 - \alpha)$, la seule façon d'augmenter la puissance d'un test est d'augmenter la taille de l'échantillon. Autrement dit, plus la taille de l'échantillon est grande, plus l'erreur que l'on commet sur une hypothèse est faible.

Nous avons deux types de tests :

- tests non paramétriques qui ne font aucune hypothèse sur le type de loi concernée.
- tests paramétriques qui supposent que la loi de la population est connue ;

Les tests paramétriques sont très puissants, mais ils impliquent la vérification de conditions restrictives. Il est indispensable que ces conditions restrictives soient effectivement vérifiées pour que l'utilisation du test ait un sens.

Toute supposition sur le type de loi de la population dans le seul but d'utiliser un test plus puissant est inutile puisqu'elle conduit à des conclusions sans signification.

Dans le cas, où toutes les conditions requises pour l'utilisation d'un test paramétrique puissant ne sont pas satisfaites avec certitude, il est sûr d'adopter un test non paramétrique moins puissant mais fiable.

Beaucoup de tests statistiques sont applicables dans le domaine de l'hydrologie, nous en citerons quelques uns des plus utilisés.

- *Tests non paramétriques*

Test de Wilcoxon ou Test des rangs

C'est le plus puissant des tests non paramétriques. Soient 2 variables aléatoires Y et X, représentant respectivement 2 séries de précipitations annuelles de taille N_1 et N_2.

Y étant la série à étudier et X étant la série de base avec $N_2 > N_1$.

Si l'échantillon Y est issu de la même population que l'échantillon X, l'échantillon nouveau $Y \cup X$ est également issu de la même population.

On classe les éléments de ce nouvel échantillon YUX par ordre décroissant et on associe à chacune des valeurs le rang qu'elle occupe dans cette nouvelle série. (Si une valeur se répète plusieurs fois, il faut lui associer le rang moyen qu'elle détermine.

On calcule les quantités Wy et Wx :

Wy représente la somme des rang de Y et c'est celle qui nous intéresse et est égale à :

$$Wy = \sum_{i=1}^{n} \text{rang} \;=\; 1 + 3 + 4 + \ldots\ldots + 13 + 17 + \ldots + n \qquad (3.1)$$

$$Wx = \sum_{i=1}^{n-1} \text{rang}_x = 2 + 5 + \ldots + 12 + 14 + 15 + 16 + \ldots + n\text{-}1 \qquad (3.2)$$

L'hypothèse nulle est vérifiée si :

$$Wmin < Wy < Wmax$$

Avec :

$$Wmin = \frac{(N_1 + N_2 + 1)\,N_1 - 1}{2} - u_{1-\frac{\alpha}{2}} \sqrt{\frac{N_1 N_2 (N_1 + N_2 + 1)}{12}} \qquad (3.3)$$

Et,

$$Wmax = (N_1 + N_2 + 1)N_1 - Wmin \qquad (3.4)$$

$u_{1-\frac{\alpha}{2}}$ représente la valeur de la variable centrée réduite de Gauss correspondant à une probabilité de $1 - \dfrac{\alpha}{2}$.

L'hypothèse d'homogénéité est rejetée si l'une des deux inégalités suivantes n'est pas vérifiée :

$$Wmin < Wy < Wmax$$

Ce rejet se fait au seuil de signification $1 - \alpha$.

Test de la médiane ou Test de Mood

Ce test permet de vérifier si une série de données est homogène.

Soit un échantillon $x_1, x_2, x_3, \ldots\ldots\ldots x_n$; déterminons sa médiane M après avoir classé l'échantillon par ordre croissant.

La médiane M est une constante de telle sorte que 50% des x_i lui soient inférieures et 50% des x_i lui soient supérieures.

Remplaçons donc la série des valeurs non classées par une suite de signe :

$$\begin{array}{ll} + & \text{pour les } x_i > M \\ - & \text{pour les } x_i < M \end{array}$$

Calculons les quantités Ns et Ts, avec :

Ns : nombre total de séries de + ou de -

Ts : Taille de la plus grande série de + ou de -

Ns suit approximativement une loi normale de moyenne $\frac{N+2}{2}$ et de variance $\frac{1}{4}(N-1)$ et Ts suit une loi binomiale.

Ceci a permis d'établir que pour un seuil de signification compris entre 91 % et 95 %, les conditions du test sont les suivantes :

$$Ns > \frac{1}{2}\left(N+1-u_{1-\frac{\alpha}{2}}\sqrt{N+1}\right)$$

$$Ts < 3.3\,(\log_{10} N+1)$$

Si les conditions du test sont vérifiées, on conclut que la série à étudier est homogène au seuil de signification 1 - α.

Remarque : Un des plus puissants tests paramétriques est celui de Pearson ou test du χ^2. Vu son importance dans la vérification de l'adéquation d'une loi théorique, il sera étudié dans le chapitre IV.

- *Test paramétriques*

Ces tests sont beaucoup plus utilisés dans l 'ajustement théorique d'une loi de probabilité à une distribution empirique.

Test de Pearson ou du χ^2 (Voir Chapitre IV)

Test W_n^2 d'Anderson

Ce test, un peu plus fastidieux à mettre en oeuvre (tout au moins mensuellement), est plus efficace que le test du χ^2.

Analogue dans son esprit, il favorise les valeurs extrêmes et considère individuellement chaque élément de l'échantillon.

Soit un échantillon de taille n où x_i est la $i^{ème}$ valeur dans l'échantillon classé par ordre croissant ; on peut estimer pour chaque x_i, sa fréquence théorique au non dépassement $F(x_i)$ à partir de l'ajustement que l'on désire tester. On construit alors ainsi la statistique W_n^2 :

$$W_n^2 = -n - \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}\{(2i-1)\ln F(x_i) + (2n-2i+1)\ln(1-F(x_i))\} \qquad (3.5)$$

La variable u définie comme suit à partir de W_n^2 permet de caractériser la qualité de l'ajustement :

$$u = \frac{\ln(W_n^2 - 0.18n^{-0.25}) + 0.8 + n^{-0.5}}{0.65} \qquad \text{pour } (n \geq 10)$$

L'ajustement est d'autant satisfaisant que u est faible et on pourra utiliser les seuils de rejets (erreur de 1ère espèce α) (Tableau 3. 2).

Tableau 3.2 Seuil de rejet

α %	20	10	5	1
$u_{1-\alpha}$	0.84	1.28	1.64	2.32

II. EXTENSION DES DONNEES

2.1 Notion de Régression et corrélation

2.1.1 Généralités

La régression et la corrélation consistent en l'étude des liaisons existant entre 2 ou plusieurs variables. En hydrologie, elle constitue l'outil mathématique le plus ancien et le plus largement utilisée. Les buts sont multiples :

- extension dans le temps de séries d'observations hydrologiques de courtes durées ;
- prévision des grandeurs hydrologiques (écoulement à partir des conditions hydrométéorologiques observées : pluies, températures ....) ;
- extension géographique à des bassins non observés de caractéristiques hydrologiques déterminés sur divers bassins versants de régime analogue ;
- étude de la dépendance entre les valeurs successives d'une série de données hydrologiques (série chronologique).

Certaines grandeurs hydrologiques peuvent à la fois ne pas être indépendantes et cependant ne pas être liées par une relation fonctionnelle : on dit qu'il existe entre elles une dépendance stochastique (c'est à dire processus soumis au hasard) et font l'objet d'une étude statistique.

Exemple : l'écoulement dépend stochastiquement de ces causes principales (précipitation, température, humidité du sol ...), mais il ne peut pas avoir une relation fonctionnelle.

Une dépendance rigoureusement fonctionnelle correspond à une conception théorique et n'est jamais vérifiée en hydrologie.

Dans le cas où il y a une liaison étroite entre 2 variables X et Y, on dit qu'il y a corrélation. Le lieu des points définis par les coordonnées

(x_i et y_i) forme la courbe de régression de Y en X, où Y est la variable dépendante ou à étudier et X la variable indépendante ou explicative. Lorsque la courbe de régression est une droite (dépendance linéaire), les 2 droites de régression de Y en X ou de X en Y ne sont pas les mêmes.

Régression : C'est une méthode de recherche d'une relation exprimant le lieu entre une variable dépendante Y et une ou plusieurs variables dites indépendantes. Dans ce cas la variable dépendante n'est pas une variable aléatoire, mais la variable indépendante n'est pas forcément une variable aléatoire.

Corrélation : C'est une méthode de recherche de la liaison qui existe entre 2 variables aléatoires. Les deux variables doivent être obligatoirement 2 variables aléatoires.

Remarques : On peut calculer la corrélation existant entre n'importe quelles variables aléatoires. Des corrélations très élevées mais qui n'ont aucune signification sont très fréquentes.

Il importe de n'entreprendre une corrélation que lorsque la dépendance entre les variables peut être expliquée.

2.1.2 Hypothèses fondamentales de l'analyse de la régression – corrélation.

Trois hypothèses sont émises lors d'une analyse de la régression-corrélation, à savoir :

- les variables explicatives doivent être connues avec une erreur de mesure négligeable par rapport à leur variabilité ;

- la variable dépendante Y doit être considérée comme intérieurement indépendante, c'est à dire que l'auto corrélation de ses valeurs successives doit être négligeable. Dans le cas de la corrélation multiple, cette condition d'indépendance intérieure doit être également vérifiée pour les variables explicatives ;

- les écarts de la variable dépendante autour de leurs moyennes liées (résidus) doivent être distribuées normalement avec le même écart type en tout point de la droite.

La première hypothèse n'est pas toujours facile à vérifier en hydrologie par suite des erreurs ou des lacunes dans les données. Certains paramètres physiques du bassin versant sont difficiles à définir par un indice quantitatif précis : c'est le cas de la couverture végétale par exemple.

La deuxième hypothèse ne peut être satisfaite que si les observations successives de la variable dépendante sont suffisamment éloignées dans le temps ou dans l'espace selon le type de problèmes.

La troisième hypothèse n'est presque jamais vérifiée par les données hydrologiques. Il est fréquent que les résidus aient une distribution dissymétrique et croissent avec la variable dépendante. On peut satisfaire cette hypothèse en ayant recours à un changement de variables. On ne peut guère se montrer exigeant sur ce point car le nombre d'observations est le plus souvent insuffisant pour vérifier correctement la normalité des résidus et l'homogénéité de leur variance.

2.1.3 Diagrammes de dispersion et choix du modèle de régression

Les observations relatives à 2 variables et à plusieurs individus se présentent sous la forme d'une série statistique double c'est à dire de n couples de valeurs observées (x_i,y_i) rangés éventuellement dans l'ordre croissant de l'une des deux variables. Ces séries statistiques doubles peuvent être représentées graphiquement sous la forme de diagramme de dispersion ou nuage de points.

Les échelles des diagrammes sont choisies de manière à donner une forme approximativement carrée. Dans certains cas, il peut être utile dans ce but d'employer des échelles non linéaires (Logarithmique par exemple) pour un ou pour les 2 axes.

Pour étudier simultanément les 2 séries d'observations, on fait intervenir :

- la notion des moments et de la covariance ;
- les droites de régression au sens des moindres carrés et les variances résiduelles ;
- la droite de régression des moindres rectangles ;
- les coefficients de corrélation et de détermination.

La notion de corrélation concerne la netteté ou l'intensité de la relation existant entre les 2 séries d'observations tandis que la droite de régression donne l'allure supposée linéaire de cette relation.

2.1.4 Choix du modèle

Le diagramme de régression de Y en fonction de X est formé de points moyens conditionnels ($\overline{x_i},\overline{y_i}$). Il donne une idée de la façon dont varie en moyenne la variable Y dite dépendante en fonction de la variable X dite indépendante.

Lorsque le diagramme de dispersion est linéaire ou approximativement linéaire, on peut s'efforcer de rechercher l'équation de la droite qui s'y ajuste le mieux. Cette droite de régression de Y en X est généralement déterminée par la méthode des moindres carrés.
Dans la pratique, on s'efforce toujours de trouver une régression linéaire même s'il faut faire une transformation dans la relation fonctionnelle. Les différents modèles existant sont :

- le modèle linéaire représenté par l'équation de la droite
$$Y = A + BX$$
- Les modèles curvilinéaires, à savoir :
  . le modèle puissance $Y = A\,X^{B}$
  . le modèle exponentiel $Y = A\,e^{BX}$
  . le modèle parabolique $Y = A + BX + CX^2$

Les coefficients A, B et C sont des constantes à déterminer par la méthode des moindres carrés.

2.2 Méthodes relatives à la régression : Cas de la régression à 2 variables

2.2.1 Méthode des moindres carrés

Pour la régression linéaire, la droite de régression de Y en X est généralement déterminée par la méthode des moindres carrés, qui consiste à minimiser la somme des carrés des écarts entre les points observés et les points correspondants sur la droite.

Si l'équation de la droite est : $y = a + bx$ et si on dispose d'une série de valeurs (x_i, y_i), la somme des carrés des écarts à minimiser est :

$$\sum_{i=1}^{n} E^2 = \sum_{i=1}^{n} [y_i - y(x_i)]^2 = \sum_{i=1}^{n} (y_i - a - b\,x_i)^2 = \text{minimum} \qquad (3.6)$$

Les valeurs de x_i et y_i sont connues.

Si on pose $y(x_i) = y'$ avec $y' = a + bx_i$; on a :

$$\sum_{i=1}^{n} E^2 = \sum_{i=1}^{n} (y_i - y')^2 =$$

$$= \sum_{i=1}^{n} (y_i^2 - 2\,y_i y' + y'^2)$$

$$= \sum_{i=1}^{n} [(y_i^2 - 2\,y_i\,(a + bx_i) + (a + bx_i)^2]$$

$$\sum_{i=1}^{n} E^2 = \sum_{i=1}^{n} y_i^2 - 2\sum_{i=1}^{n} y_i\,(a + bx_i) + \sum_{i=1}^{n} a + bx_i)^2 \qquad (3.7)$$

En développant cette expression et en recherchant les dérivées partielles par rapport à a et b, on obtient la pente b et l'ordonnée à l'origine a, soit :

$$b = \frac{\sum_{i=1}^{n}(x_i\,y_i) - \bar{y}\sum_{i=1}^{n} x_i}{\sum_{i=1}^{n} x_i^2 - \bar{x}\sum_{i=1}^{n} x_i} = \frac{\sum_{i=1}^{n}(x_i\,y_i) - n\,\bar{x}\,\bar{y}}{\sum_{i=1}^{n} x_i^2 - n\,\bar{x}^2} \qquad (3.8)$$

et, $$a = \bar{y} - b\,\bar{x} \qquad (3.9)$$

La droite de régression passe par le point moyen $(\bar{x}, \bar{y})$.

La pente b peut être exprimée d'une autre façon :

$$b = \frac{\sum_{i=1}^{n} x_i\,y_i - \frac{1}{n}\left(\sum_{i=1}^{n} x_i\right)\left(\sum_{i=1}^{n} y_i\right)}{\sum_{i=1}^{n} x_i^2 - \frac{1}{n}\left(\sum_{i=1}^{n} x_i\right)^2} = \frac{\operatorname{cov}(x,y)}{S_x^2} \qquad (3.10)$$

et, l'équation de la droite de régression de y en x, s'écrira :

$$y = \frac{\operatorname{cov}(x,y)}{S_x^2}\left(x - \bar{x}\right) + \bar{y} = b_{yx}\,(x - \bar{x}) + \bar{y} \qquad (3.11)$$

avec : b_{xy} : coefficient de régression de y en x.

ou bien d'une manière beaucoup plus simple :

$$y = \bar{y} + r\,\frac{\sigma_y}{\sigma_x}\left(x - \bar{x}\right) \qquad (3.12)$$

Notion des moments et de la covariance

La notion généralisée des moments est exprimée par la formule 3.13.

$$a_{k,l} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} [(x_i - c)^k\,(y_i - d)^l] \qquad (3.13)$$

$a_{k,l}$ est le moment non centré d'ordre k en x par rapport à c et d'ordre l en y par rapport à d.

En posant : $c = \bar{x}$ et $d = \bar{y}$, on obtient les moments centrés $m_{k,l}$ appelés aussi moment par rapport aux moyennes.

La notion généralisée des moments centrés permet de définir la covariance m_{11} qui caractérise simultanément les 2 séries d'observations.

$$Cov(x,y) = m_{11} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} [(x_i - \bar{x})\ (y_i - \bar{y})] \qquad (3.14)$$

Variance résiduelle et écart type résiduel

Par définition le *résidu* de y par rapport à x représente l'écart d_i entre le point observé et le point correspondant sur la droite de régression de y en x.

$$d_i = y_i - y(x_i) = y_i - a - bx_i \qquad (3.15)$$

Quelques propriétés des résidus :

- la somme des résidus est nulle ;
- la moyenne des résidus est nulle ;
- le coefficient de corrélation entre les résidus d_i et les valeurs x_i de la variable explicative est nul.

La variance résiduelle $S^2_{y,x}$ peut être exprimée en fonction de la covariance ou du coefficient de corrélation :

$$S^2_{y,x} = S^2_y - \frac{\mathrm{cov}^2_{x,y}}{S^2_x} = S^2_y\,(1 - r^2) \qquad (3.16)$$

Pour les données en vrac, c'est à dire si les observations sont relevées les unes à la suite des autres dans leur ordre chronologique (séries chronologiques) :

$$(x_1,y_1)\ ;\ (x_2y_2)\ \ldots\ldots\ ;\ (x_n,y_n)\ ;$$

Les moyennes et les variances se calculent simplement :

$$\bar{x} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} x_i \quad \text{et} \quad \bar{y} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} y_i \qquad (3.17)$$

$$S^2_x = \frac{1}{n}\sum_{i=1}\left(x_i - \bar{x}\right)^2 \quad \text{et} \quad S^2_y = \frac{1}{n}\sum_{i=1}\left(y_i - \bar{y}\right)^2 \qquad (3.18)$$

Le coefficient de corrélation r s'écrit :

$$r = \frac{S_{xy}}{S_x\,S_y} \qquad (3.19)$$

S_{xy} étant la covariance et S_x et S_y représente respectivement l'écart type de la série des x et l'écart type de la série des y.

$$S_{xy} = \sum_{i=1}^{n}\frac{x_i\,y_i}{n} - \bar{x}\,\bar{y} \qquad (3.20)$$

Régression curvilinéaire

Dans de nombreux cas, il existe une relation entre les points observés. Cette relation peut ne pas être linéaire et on peut procéder à l'ajustement d'une courbe de régression au nuage de points observés. Il existe des tests de linéarité permettant de contrôler d'une manière rigoureuse si l'ajustement est satisfaisant ou non. Lorsque la courbe est ajustée, 2 problèmes se posent:

- le choix de l'équation de régression de cette courbe
- les paramètres intervenant dans cette courbe.

Les paramètres d'ajustement d'un polynôme peuvent être déterminés par la méthode des moindres carrés :

$$Y = b_o + b_1 X + b_2 X^2 + \ldots\ldots + b_k X^k \qquad (3.21)$$

Il faut minimiser la quantité :

$$\sum_{i=1}^{n} (b_o + b_1 X + b_2 X^2 + \ldots\ldots + b_k X^k)^2\ ; \qquad (3.22)$$

on obtient $(K+1)$ équations normales.

D'une façon générale, les équations dites normales s'écrivent :

$$\begin{cases} b_0 n + b_1 \sum_{i=1}^{n} x_i + b_2 \sum_{i=1}^{n} x_i^2 + \dots\dots + b_k \sum_{i=1}^{n} x_i^k = \sum_{i=1}^{n} y_i \\ b_0 \sum_{i=1}^{n} x_i + b_1 \sum_{i=1}^{n} x_i^2 + b_2 \sum_{i=1}^{n} x_i^3 + \dots\dots + b_k \sum_{i=1}^{n} x_i^{k+1} = \sum_{i=1}^{n} x_i y_i \\ \dots\dots \\ \dots\dots \\ b_0 \sum_{i=1}^{n} x_i^k + b_1 \sum_{i=1}^{n} x_i^{k+1} + b_2 \sum_{i=1}^{n} x_i^{k+2} + \dots\dots + b_k \sum_{i=1}^{k} x_i^{2k} = \sum_{i=1}^{n} x_i^k y_i \end{cases} \quad (3.23)$$

Si, $k = 1$, on a une régression linéaire
Si , $k = 2$, on a une régression quadratique

Le rapport de corrélation ou rapport de corrélation non linéaire ou aussi coefficient de corrélation non linéaire $\eta_{y,x}$ joue dans le cas de la régression curvilinéaire un rôle analogue à celui du coefficient de corrélation r dans le cas d'une régression linéaire.

$$\eta^2_{y,x} = \frac{\sum_{i=1}^{p} n_i(\overline{y_i} - \overline{y})}{nS_y^2} \quad (3.24)$$

Ce paramètre est toujours compris entre 0 et 1.

$$\eta_{y,x} \geq r^2$$

La différence $\eta^2_{y,x}$ - r^2 est une mesure de la non linéarité de la régression de y en x.

Cas du modèle parabolique

L'équation est la suivante : $Y = a + bX + cX^2$.

Elle ne peut être traitée qu'après avoir résolu un système de trois équations dites *équations normales.*

$$\begin{cases} \sum_{i=1}^{n} y_i = an + b\sum_{i=1}^{n} x_i + c\sum_{i=1}^{n} x_i^2 \\ \sum_{i=1}^{n} x_i y_i = a\sum_{i=1}^{n} x_i + b\sum_{i=1}^{n} x_i^2 + c\sum_{i=1}^{n} x_i^3 \\ \sum_{i=1}^{n} x_i^2 y_i = a\sum_{i=1}^{n} x_i^2 + b\sum_{i=1}^{n} x_i^3 + c\sum_{i=1}^{n} x_i^4 \end{cases} \quad (3.25)$$

De cette manière, on peut résoudre le système et calculer les coefficients *a*, *b* et *c*.

Cas du modèle puissance : $Y = a X^b$ (3.26)

Par une transformation logarithmique, on a :

$$Log\, Y = log\, a + b\, log\, X \quad (3.27)$$

Cas du modèle exponentiel : $Y = a\ e^{bX}$ (3.28)

Par une transformation logarithmique, on a :

$$Log\, Y = log\, a + log\, e^{bX} = log\, a + bX \quad (3.29)$$

Dans les deux cas, les coefficients ***a*** et ***b*** sont déterminés par la méthode des moindres carrés.

2.2.2 Méthode des moindres rectangles

Cette méthode est utilisée lorsque *X* et *Y* sont des variables dépendantes ou tout simplement interdépendantes à l'encontre de la méthode des moindres carrée où *X* est une variable indépendante et *Y* est une variable dépendante.

Cette méthode doit assurer le minimum de la somme des produits des écarts : $x_i - x(y_i)$ *et* $y_i - y(x_i)$.

Si l'équation de la droite des moindres rectangles est $y = a + cx$, la quantité à minimiser est :

$$\sum_{i=1}^{n}\left[|x_i - x(y_i)|\ |y_i - y(x_i)|\right] = \sum_{i=1}^{n}\left[\left|x_i - \frac{y_i - a}{c}\right| |y_i - c\,x_i|\right] \quad (3.30)$$

avec : $a = \overline{y} - c\,\overline{x}$ et $c = \pm \frac{S_y}{S_x}$ (3.31)

Ainsi, la droite de régression au sens des moindres rectangles serait :

$$y = \pm \frac{S_y}{S_x}(x - \overline{x}) + \overline{y} \quad (3.32)$$

Cette droite est intermédiaire entre les droites de régression de *y* en *x* et de *x* en *y* car son coefficient angulaire est au signe prés, la moyenne géométrique des coefficients angulaires des 2 droites des moindres carrés comme le montre la figure 3.2.

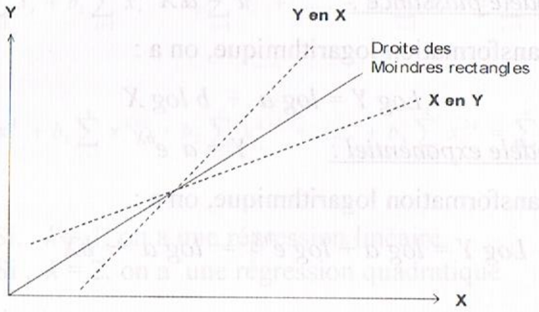


Fig. 3. 2 Droite des moindres rectangles

2.3 Méthodes relatives à la corrélation

2.3.1 Coefficient de corrélation linéaire = coefficient de Bravais-Pearson r

Ce coefficient est donné par :

$$r = \frac{\operatorname{cov}(x,y)}{S_x\, S_y} = \frac{m_{11}}{S_x S_y} \qquad (3.33)$$

avec : S_x et $S_y \neq 0$

Et, $$\operatorname{cov}(x,y) = \sum_{i=1}^{n}\left[\left(x_i - \bar{x}\right)\left(y_i - \bar{y}\right)\right] \qquad (3.34)$$

Le coefficient de corrélation est compris $-1 < r < +1$

Si :

$r = \pm 1$: tous les points observés se trouvent sur la droite, l'ajustement est parfait.

$r = 0$ ou $r \Rightarrow 0$, la dispersion des points est très grande, l'ajustement n'est pas à considérer.

$-1 < r < +1$, le nuage de points est plus ou moins allongé, il convient de chercher la valeur de r.

L'interprétation de la valeur trouvée de r dépend du risque d'erreur admise et du nombre de degré de liberté qui reste lié à la taille de

l'échantillon. La table de Fischer permet de donner le seuil critique admissible pour une erreur α donnée.

Le coefficient de corrélation est indépendant de toute transformation linéaire positive. C'est un nombre pur, sans dimensions.
Dans le cas où on applique la notion de régression de y en x, le coefficient de corrélation est directement lié au rapport de la variance résiduelle à la variance marginale. Par définition, la variance marginale est :

$$S^2_{y.x} = S^2_y\,(1 - r^2) \qquad (3.35)$$

Et, $R^2 = 1 - \dfrac{S^2_{y/x}}{S^2_y}$: cette quantité s'appelle Coefficient de détermination.

2.3.2 Coefficient de détermination R^2

Il représente le carré du coefficient de corrélation. Il mesure le rapport de la variation expliquée par la régression à la variation totale. Il indique le pourcentage de la variation totale de la variable Y autour de sa moyenne qui est expliquée par la régression en X.

Si, $R^2 \approx 1$ cela veut dire que toute la variation est expliquée par la régression et on a une dépendance fonctionnelle.

$R^2 \approx 0$ la régression n'explique rien, les variables sont indépendantes et il n'existe aucune dépendance fonctionnelle.

2.3.3 Coefficient d'autocorrélation r_t

Ce coefficient exprime le lien existant entre chaque observation de l'échantillon et l'observation située à une distance t :

$$r_t = \frac{c_t}{S\,.\,S_t} \qquad (3.36)$$

Avec : S_t : déviation standard de l'échantillon tronqué des t-1 premières valeurs

C_t : Auto covariance d'ordre t

$$C_t = \frac{1}{n-t}\sum_{i=1}^{n-t}(x_i - \bar{x})(x_{i+1} - \bar{x}) \qquad (3.37)$$

Si $t = 0$ $C_t = S^2$ (variance)

La valeur du coefficient d'autocorrélation varie entre 1 (dépendance complète), 0 (indépendance totale) et -1 (pour une dépendance totale contradictoire.

2.4 Erreur d'estimation

La droite de régression nous permet d'estimer la valeur de la variable y à partir de la variable x. Quelle confiance accorder à ce résultat ?

Pour traiter ce genre de problème, il faut considérer les résidus dont leur somme doit être minimisée par l'équation de régression et calculer l'écart résiduel S_{yx} qui est la racine carrée de la variance résiduelle.

La variance résiduelle est : $S^2_{yx} = S^2_y(1 - r^2)$ (3.38)

Dans le cas où la taille de l'échantillon est $n < 30$, la variance résiduelle est biaisée, il faut la corriger par le rapport $\dfrac{n-1}{n-2}$.

$$\text{Soit : } S^2_{yx} = S^2_y(1 - r^2)\,\frac{n-1}{n-2} \qquad (3.39)$$

2.5 Gain d'information apporté par la régression

La régression offre un gain g de connaissance du phénomène. Ce gain est exprimé en fonction du coefficient de corrélation r.

$$g = \frac{S_y - S_{yx}}{S_y} = \frac{S_y\,(1 - \sqrt{1 - r^2}\,)}{S_y} = 1 - \sqrt{1 - r^2} \qquad (3.40)$$

$g = 1 - \sqrt{1 - r^2}$ représentant ainsi l'équation d'un ½ cercle (Fig 3.3).

Plus r est proche de 1 ou -1, plus l'accroissement du gain apporté par une légère augmentation de r est important.

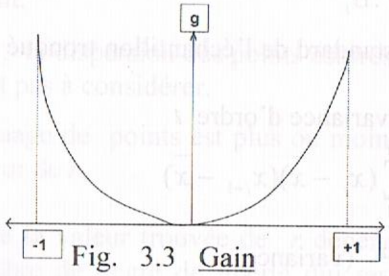


Fig. 3.3 Gain

2.6 Estimation et Gain

2.6.1 Estimation des caractéristiques empiriques d'une série étendue

Soient 2 séries hydrologiques de hauteurs annuelles de précipitations :

X : série longue constituant la série de base à n observations

Y : série courte ou série à étudier à k observations ($k<n$)

Les estimations des paramètres statistiques et des valeurs annuelles d'une série X de n valeurs observées peuvent être estimées sans pour autant passer par la méthode classique.

Moyenne estimée par l'extension

$$\bar{\hat{y}} = \bar{y}_k + {}_k r_{xy}\,\frac{{}_k S_y}{{}_k S_x}\,(\bar{x}_n - \bar{x}_k) \qquad (3.41)$$

$\bar{\hat{y}}$: Estimation de la moyenne de la série des y (dont l'espérance mathématique est $\bar{y}$ (toujours inconnue) à partir de la 1ère estimation de $\bar{y}_k$, des autres paramètres statistiques des échantillons des valeurs observées et du coefficient de corrélation entre x et y.

On note que l'équation (3.42) est de même forme que l'équation (3.41) que l'on utilise si on veut avoir une meilleure estimation de la moyenne des pluies y. L'équation (3.41) est utilisée seulement pour reconstituer les $n - k$ années observées à l'aide des valeurs correspondantes de x.

Variance estimée par l'extension

$$\hat{\sigma}^2 = {}_k S_y^2 + {}_k r_{xy}\,\frac{{}_k S_y^2}{{}_k S_x^2}\,(\,{}_n S_x^2 - {}_k S_x^2\,) \qquad (3.42)$$

$\hat{\sigma}^2$: estimation de la variance de y (dont l'espérance mathématique est σ_y^2) à partir de la 1ère estimation de ${}_kS^2_y$ et des estimations de la variance de x et du coefficient de corrélation x et y.

${}_nS^2_x$: variance de x à partir de l'échantillon de n valeurs.

Le résultat trouvé par la formule (3.42) est celui que l'on retrouverait en appliquant la formule de définition de la variance :

$$_nS^2_y = \frac{\sum_{i=1}^{n}(y_i - \bar{y}_n)^2}{n-1} \qquad (3.43)$$

et qu'on appliquerait à la série de k valeurs y_i observées et des $(n-k)$ valeurs estimées par la formule (3.41).

L'estimation de la variance $\hat{\sigma}^2_y$ est sûrement trop faible, la dispersion des valeurs estimées est plus faible que celle des valeurs observées.

Si $\hat{\sigma}^2_y$ est plus faible que $_kS^2_y$; on conserve la valeur de $_kS^2_y$ à la place de $\hat{\sigma}^2_y$ sauf si le coefficient de corrélation $_kr_{xy}$ est supérieur ou égal à 0.95 car $\hat{\sigma}^2_y$ donne une meilleure estimation de $_kS_y{}^2$ puisqu'elle a la valeur que donnerait un échantillon de n valeurs observées.

Estimation du coefficient de corrélation

$$\hat{r} = {}_kr_{xy}\,\frac{_kS_y}{_kS_x} \bullet \frac{_nS_x}{\hat{\sigma}_y} \qquad (3.44)$$

$\hat{r}$: Estimation du coefficient de corrélation entre x et y (dont l'espérance mathématique est r) à partir de la 1$^{\text{ère}}$ estimation $_kr_{xy}$; des écarts types des échantillons de valeurs observées et de l'estimation $\hat{\sigma}_y$ définie ci dessus.

Remarque : En pratique, comme il est difficile de tester la signification relative de $\hat{r}$ et de $_kr_{xy}$, on conserve le coefficient de corrélation expérimental $_kr_{xy}$.

Valeur estimée par l'extension

$$y_x = \bar{y}_x + {}_kr_{xy}\,\frac{_kS_y}{_kS_x}(x - \bar{x}_k) \qquad (3.45)$$

Avec :

y_x : moyenne conditionnelle de y liée à x

$\bar{x}_k$ *et* $\bar{y}_k$: moyenne arithmétique de x et de y calculer respectivement à partir de K valeurs observées simultanément.

$_kr_{xy}$: Coefficient de corrélation entre x et y sur k années d'observations simultanées.

$_kS_x$ et $_kS_y$: écart type de x et de y sur k années observées simultanément.

2.6.2 Moyens d'appréciation du gain obtenu par l'extension

Le bénéfice de l'extension de la série Y à l'aide de la série X pour la connaissance de la série Y est d'autant plus grand que le coefficient de corrélation $_kr_{xy}$ est élevé. Ce bénéfice a été traduit par R.Véron en efficacité relative E.

$$E = 1 + \left(1 - \frac{k}{n}\right)\left[\frac{1-(k-2)r^2}{k-3}\right] \qquad (3.46)$$

$r = {}_kr_{xy}$: coefficient de corrélation calculé sur k années

E : Efficacité relative de $\overline{y_k}$ et de $\hat{\bar{y}}$ définie par le rapport de la variance de $\hat{\bar{y}}$ à celle de $\overline{y_k}$.

Ce bénéfice est traduit, en utilisant E sous la forme d'un gain réel d'information que l'on exprime à l'aide du *nombre d'années efficaces* ou *fictives* n' à laquelle correspond l'échantillon y étendu.

n' varie de k à n (gain maximum, liaison fonctionnelle entre x et y et $r=1$).

$n' = \frac{k}{E}$ avec $k \geq 3$ (il est impensable de faire une régression avec moins de 4 valeurs). On obtient une nouvelle série observée durant n' années.

2.7 Intervalle de confiance à 1-α, pour une série normale étendue de plus de 30 valeurs.

L'erreur type Δ est :

Pour la moyenne étendue

$$\Delta = \pm\ u_{1-\frac{\alpha}{2}}\,\frac{\hat{\sigma}}{\sqrt{k}} \qquad (3.47)$$

Pour la variance étendue

$$\Delta = \pm\ u_{1-\frac{\alpha}{2}}\,\frac{\hat{\sigma}}{\sqrt{2k}} \qquad (3.48)$$

Lorsque plusieurs variables entre en jeu, il est possible de faire une extension des données à partir d'une régression multiple. Elle permet de résoudre une série de problèmes. Il s'agit notamment de :

- rechercher de coefficients de corrélation multiple permettant de mesurer l'intensité de la relation existant entre une variable, considérée comme variable dépendante et deux ou plusieurs autres variables, considérées simultanément comme variables explicatives ;
- rechercher des coefficients de corrélation partielle, servant à mesurer l'intensité de la relation qui existe entre deux variables en éliminant l'influence sur cette relation d'une ou plusieurs autres variables ;
- rechercher des équations de régression multiple permettant d'exprimer une variable en fonction de deux ou plusieurs autres variables ;
- rechercher des axes principaux, qui généralisent la notion de droite des moindres rectangles, dans le cadre de l'analyse en composantes principales ;
- d'étudier globalement des relations entres variables et individus, par l'analyse factorielle……

2.8 Coefficient de corrélation multiple et partielle

Le coefficient de corrélation multiple de y en fonction de x_1 et x_2, généralement représenté par $R_{y(x1,x2)}$ ou $R_{y(12)}$, peut être défini comme étant le coefficient de corrélation des valeurs observées y_x avec les valeurs estimées correspondantes $y(x_{1\alpha}, x_{2\alpha})$ obtenues par l'intermédiaire de l'équation de régression linéaire de y en x_1 et x_2.

Ce coefficient est toujours compris entre 0 et 1 et il peut être calculé à partir des coefficients de corrélation simple, à l'aide de la relation 3.49.

$$R^2_{y(12)} = \frac{r^2_{1y} + r^2_{2y} - 2\, r_{12}\, r_{1y}\, r_{2y}}{1 - r^2_{12}} \qquad (3.49)$$

Il est lié à la variance marginale et à la variance résiduelle.

$$R^2_{y(12)} = \frac{s^2_y - s^2_{y.12}}{s^2_y} \qquad (3.50)$$

La valeur théorique d'un coefficient de corrélation multiple $R_{y(12)}$ peut être exprimée en utilisant simplement la valeur observée.

$$\hat{P}_{y(12)} = R_{y(12)} \qquad (3.51)$$

ou bien par l'intermédiaire des variances estimées (la plus utilisée) :

$$\hat{P}_{y(12)} = \sqrt{\frac{\tilde{\sigma}^2_y - \hat{\sigma}^2_{y.12}}{\hat{\sigma}^2_y}} \qquad (3.52)$$

Le carré du coefficient de corrélation multiple donne le coefficient de détermination multiple.

L'erreur standard estimée Δ du coefficient de corrélation multiple, pour n assez grand, est approximativement égale à :

$$\Delta = \frac{1 - R^2_{y(12)}}{\sqrt{n}} \qquad (3.53)$$

Les limites de confiance sont quasiment difficiles à déterminer en raison de la complexité de la distribution d'échantillonnage de ce paramètre.

Le coefficient de corrélation partielle de y et x_1 et x_2, pour une variable dépendante et deux variables explicatives x_1 et x_2, est tout simplement le coefficient de corrélation des résidus de la régression linéaire simple de y en fonction de x_1 et de la régression linéaire simple de x_2 en fonction de x_1.

Ce coefficient qui est toujours compris entre –1 et +1, est généralement désigné par $r_{x2y.x1}$ ou bien $r_{2y.1}$.

Il est calculé à partir des coefficients de corrélation simple, grâce à la relation :

$$r_{2y.1} = \frac{r_{2y} - r_{1y}\, r_{12}}{\sqrt{(1 - r^2_{1y})\,(1 - r^2_{12})}} \qquad (3.54)$$

Si on considère non plus une variable dépendante et deux variables explicatives, mais trois variables interdépendantes, cette relation s'écrit :

$$r_{x2.x3} = r_{23.1} = \frac{r_{23} - r_{12}\, r_{13}}{\sqrt{(1 - r^2_{12})(1 - r^2_{13})}} \qquad (3.55)$$

Les notions de corrélation partielle et de corrélation multiple sont étroitement liées entre elles. On a :

$$1 - R^2_{y(12)} = (1-r^2_{1y})(1-r^2_{2y.1}) = (1-r^2_{2y})(1-r^2_{1y.2}) \quad (3.56)$$

L'erreur standard du coefficient de corrélation partielle estimé est égale pour n assez grand à :

$$\Delta = \frac{(1-r^2_{2y.1})}{\sqrt{n}} \quad (3.57)$$

Les limites de confiances sont difficilement calculables.

Remarque :

Très souvent, il arrive que dans un enregistrement continu des données concernant les précipitations d'une station, il existe des périodes où certaines données sont manquantes.

Pour ne pas perdre la continuité de l'information, il est possible d'estimer les données manquantes à partir de l'information obtenue dans les stations voisines selon 3 méthodes :

- remplacer la valeur manquante par celle de la station la plus proche ;
- remplacer la valeur manquante par la moyenne des stations voisine. Cette méthode est utilisée lorsque les précipitations annuelles de la station à compléter ne diffèrent pas de plus de 10% ;
- remplacer la valeur manquante par une moyenne pondérée par al tendance annuelle des stations pluviométriques, par :

$$P_x = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}\left(\frac{\overline{P_x}}{\overline{P_i}}.P_i\right)$$

P_x : Valeur manquante

n : Nombre de stations de références

P_i : Précipitation à la station de référence i

$\overline{P_x}$: Précipitation moyenne à long terme de la station x_i

$\overline{P_i}$: Précipitation moyenne à long terme de la station de référence i

2.9 Analyse multidimensionnelle

L'analyse multidimensionnelle ou analyse statistique à plusieurs variables ou analyse multivariée est très utilisée en l'hydrologie. Elle est définit comme l'ensemble des méthodes statistiques ayant pour objet l'étude des relations existant entre plusieurs variables dépendantes ou interdépendantes. Le but de l'analyse multidimensionnelle est :

- de résumer l'information apportée par un grand nombre de variable à un nombre plus restreint de variables nouvelles;
- d'adapter et de développer des méthodes multidimensionnelles, de les analyser par des méthodes d'analyse (analyse factorielle, analyse en composantes principales, classification hiérarchique…);
- D'aider à une prise de décision.

Les principaux problèmes que l'analyse multidimensionnelle peut résoudre sont:

- les problèmes de régression et de corrélation
- l'analyse des composantes principales et l'analyse factorielle
- les régions de confiance et les tests d'homogénéité
- les problèmes de classement et de classification.

Parmi les méthodes les plus utilisées en hydrologie, nous retrouvons l'analyse en composantes principales *ACP*. Vu l'importance qu'elle revêt dans le traitement de l'information et notamment dans la régionalisation, la théorie de l'*ACP* est expliquée.

2.9.1 Théorie de l'*ACP* et notion de plan de régression

La notion de plan de régression ne peut -être utilisée que lorsqu'une des variables considérée dépendante doit être exprimée en fonction des autres.

Lorsque les P coefficients de régression sont supérieurs à 0, on a une simple généralisation d'écriture.

$$\frac{x_1 - \overline{x_1}}{\sigma_1} = \frac{x_2 - \overline{x_2}}{\sigma_2} = \frac{x_3 - \overline{x_3}}{\sigma_3} = \dots \frac{x_p - \overline{x_p}}{\sigma_p} \quad (3.58)$$

Ces multiples égalités définissent une droite dans l'espace à P dimensions qu'il est impossible de représenter. La réduction de cet espace de P dimensions en un espace plus restreint conduit à faire une *ACP* et à définir les axes principaux, par un changement d'axes à partir des variables réduites calculées.

C'est une méthode très ancienne (1933), mais valoriser avec l'apparition de la micro-informatique (1980). Elle intervient dans l'interprétation des relations existant entre une série de variables interdépendantes. Elle peut aussi intervenir dans certains processus de régression multiple connus sous le nom de régression orthogonale (au sens des moindres rectangles) surtout lorsque les variables indépendantes sont fortement corrélées entre elles.

Certains auteurs la définissent comme étant une méthode permettant de mettre en graphique l'information contenue dans un tableau de données. Si le tableau comporte P variables quantitatives, les individus de ces P variables peuvent être présentés dans un espace à P dimensions. Comme il est impossible de trouver un tel espace, on s'efforce à chercher un espace de dimensions plus restreintes dans lequel on peut voir les individus.

Procédé de calcul d'une ACP

Pour faire une *ACP*, les données de base sont des variables quantitatives, homogènes ou non, à priori corrélées entre elles 2 à 2.

La technique de travail est simple, elle consiste à :

- Standardiser les données (tableau 3.2) : les données sont centrées et réduites $x'_i = \dfrac{x_i - \overline{x}}{\sigma}$ (Tableau 3.3)
- Constituer la matrice de corrélation entre les variables. Cette matrice est carrée symétrique d'ordre p. Dans la case (i,j), on met le coefficient de corrélation entre la variable i et la variable j.
- Trouver les vecteurs propres de la matrice de corrélation, ainsi que sa valeur propre.
- Calculer les coordonnées des individus et des variables sur ces vecteurs pour la représentation graphique.

Soient P variables $X_1, X_2, X_3 \ldots\ldots X_p$ à n individus chacune, que l'on peut présenter sous forme de tableau à double entrée ou matrice X.

- Pour chaque variable, on calcule la moyenne et l'écart type (Tab. 3.3).
- Les variables n'étant pas directement comparables entre elles, on procède au centrage – réduction de ces valeurs en leur retirant la moyenne et en les divisant par l'écart type (Tab. 3.4). On obtient une nouvelle matrice X', telle que chaque élément x'_{ij} est :

$x'_{ij} = \dfrac{x_{ij} - \overline{x_i}}{\sigma_i}$ et dont la moyenne et l'écart type de chaque variable réduite sont respectivement égaux à 0 et à 1.

Tab. 3.3 Matrice des valeurs initiales

	P variables			
INDIVIDUS n	X_{11} X_{12} X_{13} X_{1j} . . X_{1n}	X_{21} X_{22} X_{23} X_{2j} . . X_{2n}	X_{i1} X_{i2} X_{i3} X_{ij} . . X_{in}	X_{p1} X_{p2} X_{p3} X_{pj} . . X_{pn}
Moyenne : $\overline{X_i}$	$\overline{X_1}$	$\overline{X_2}$	$\overline{X_i}$	$\overline{X_p}$
Ecart type : σ_x	σ_1	σ_2	σ_i	σ_p

Tab. 3. 4. Matrice des valeurs transformées

	P variables			
INDIVIDUS n	X'_{11} X'_{12} X'_{13} X'_{1j} . . X'_{1n}	X'_{21} X'_{22} X'_{23} X'_{2j} . . X'_{2n}	X'_{i1} X'_{i2} X'_{i3} X'_{ij} . . X'_{in}	X'_{p1} X'_{p2} X'_{p3} X'_{pj} . . X'_{pn}
Moyenne : m	0	0	0	0
Ecart type : S_x	1	1	1	1

9.1.2 Principes de l'analyse des composantes

La notion d'axe majeur entre en jeu et se généralise en déterminant le 1er axe principal. L'écriture de cet axe est :

$$u_1 = a_1 x_1' + b_1 x_2' + c_1 x'_3 + \ldots\ldots \alpha_1 x'_p \qquad (3.59)$$

de telle sorte que la variance de u_1 soit maximale et que les coefficients directeurs a_1, b_1, c_1 et α_1 sont liés par la relation 3.60.

$$a^2_1 + b^2 + c^2_1 + \ldots\ldots \alpha^2 = 1 \qquad (3.60)$$

La variance de u_1 est :

$$S^2_1 = \frac{1}{n} \quad \Sigma \; u^2_{1i} \qquad (3.61)$$

Matrice de corrélation

Prenons l'exemple de 3 variables

Le premier axe est :

$u_1 = a_1 x_1' + b_1 x_2' + c_1 x'_3$ de telle sorte que la variance soit maximale :

$$S^2_1 = \frac{1}{n} \quad \Sigma \; u^2_{1i} \qquad (3.62)$$

et les coefficients directeurs a_1, b_1 et c_1 sont liés par la relation :

$$a^2_1 + b^2_1 + c^2_1 = 1 \qquad (3.63)$$

Cette variance maximale est la racine la plus élevée de l'équation caractéristique en travaillant sur la matrice de corrélation:

$$\mathrm{R} \quad \begin{vmatrix} 1-S_1^2 & r_{12} & r_{13} \\ r_{12} & 1-S_1^2 & r_{23} \\ r_{13} & r_{23} & 1-S_1^2 \end{vmatrix} = 0 \qquad (3.64)$$

Connaissant la valeur S_1^2, les coefficients a_1, b_1 et c_1 peuvent être déterminés par le système d'équations:

$$\begin{cases} a_1 (1 - S_1^2) + b_1 r_{12} + c_1 r_{13} = 0 \\ a_1 r_{12} + b_1 (1 - S_1^2) + c_1 r_{23} = 0 \\ a_1 r_{13} + b_1 r_{23} + c_1 (1 - S_1^2) = 0 \end{cases} \qquad (3.65)$$

Le 2ème axe principal est :

L'écriture généralisée est :

$$u_2 = a_2 x_1' + b_2 x_2' + c_2 x'_3 + \ldots\ldots + \alpha_2 x'_p \qquad (3.66)$$

Cet axe peut-être défini en recherchant à nouveau perpendiculairement au 1er axe le maximum de variance.

Dans le cas de 3 variables, la variance $S^2_2 = \frac{1}{n} \;\; \Sigma \; u^2_{2i}$ est la 2ème solution de l'équation caractéristique donnée ci-dessous.

$$\begin{cases} a_2 (1 - S_2^2) + b_2 r_{12} + c_2 r_{13} = 0 \\ a_2 r_{12} + b_2 (1 - S_2^2) + c_2 r_{23} = 0 \\ a_2 r_{13} + b_2 r_{23} + c_2 (1 - S_2^2) = 0 \end{cases} \qquad (3.67)$$

avec : $$a^2_2 + b^2_2 + c^2_2 = 1 \qquad (3.68)$$

Le 3ème axe principal est dans le cas de 3 variables :

La dernière solution S_3^2 de l'équation donnée permet de définir de la même façon un 3ème axe principal, perpendiculaire aux 2 premiers.

La recherche des axes principaux conduit à remplacer les variables réduites par un système de variables transformées orthogonales, de variance progressivement décroissantes.

Cette méthode d'analyse, permet de préciser, dans certains cas, l'allure de la dispersion des points observés et de condenser éventuellement les informations contenues dans les données initiales.

2.9. 3 Notion de valeur propre

En terme matriciel, on notera que les variances S_1^2, S_2^2 et S_3^2 sont les valeurs propres de la matrice de corrélation :

$$R = \begin{vmatrix} 1 & r_{12} & r_{13} \\ r_{12} & 1 & r_{23} \\ r_{13} & r_{23} & 1 \end{vmatrix} \quad \text{définies par l'équation} \; | \, R^2 - S^2 I \, | = 0$$

et que les coefficients directeurs sont les vecteurs propres correspondants.

Comme définition générale *la valeur propre* ou *valeur caractéristique* d'une matrice carrée A de dimension $p.q$, est les p solutions "li" de l'équation

$$|A - l\,I| = 0 \qquad (3.65)$$

Le développement du déterminant $|A - l\,I|$ donne naissance à une équation de degré p en l, appelée équation caractéristique.

$$|A - l\,I| = (-l)^p + C_{p-1}\,(-l)^{p-1} + \ldots + c_1\,(-l) + c_0 = 0 \qquad (3.66)$$

Cette équation possède "p" racines.
Tous les coefficients de l'équation caractéristique sont des sommes de déterminant.

Si on pose $R = \begin{vmatrix} 1 & r_{12} & r_{13} \\ r_{12} & 1 & r_{23} \\ r_{13} & r_{23} & 1 \end{vmatrix}$ (3.67)

On écrit : $\begin{vmatrix} 1-l & r_{12} & r_{13} \\ r_{12} & 1-l & r_{23} \\ r_{13} & r_{23} & 1-l \end{vmatrix}$ (3.68)

En développant le déterminant, on a dans ce cas :

$$-c_{11}\,l^3 + c_{21}\,l^2 - c_{31}\,l + c_0 = 0 \qquad (3.69)$$

Cette équation caractéristique admet 3 solutions : l_1, l_2 **et** l_3 qui sont les valeurs propres de la matrice de corrélation en sachant que :

$l_1 + l_2 + l_3 = \text{tr}\,A$ (trace de la matrice = somme l_i)

et :

$l_1 \,.\, l_2 \,.\, l_3 = |\mathrm{A}|$ (déterminant de la matrice = produit l_i)

2.9.4 Notion de vecteur propre

Aux différentes valeurs l_i d'une matrice carrée A, de dimensions $p.q$ peuvent être associées des vecteurs colonnes C_i ($i = 1, \ldots\ldots, p$), qui sont des solutions des équations :

$\boldsymbol{A \,.\, C_i = l_i \,.\, C_i}$ **ou bien** $\boldsymbol{|A - l_i\,I| \,.\, C_i = 0}$

Ces vecteurs colonnes sont dits vecteurs propres ou vecteur caractéristiques, qu'il convient de standardiser soit en égalant leur produit scalaire à l'unité soit aux valeurs propres correspondantes.
En écrivant pour le 1^er^ axe principal, dans la matrice de corrélation :

$$\begin{vmatrix} 1-l_1 & r_{12} & r_{13} \\ r_{12} & 1-l_1 & r_{23} \\ r_{13} & r_{23} & 1-l_1 \end{vmatrix} \times \begin{vmatrix} c_{11} \\ c_{21} \\ c_{31} \end{vmatrix} = 0 \qquad (3.70)$$

On obtient le système d'équations suivant :

$$\begin{cases} (1-l_1)\;c_{11} + r_{12}c_{21} + r_{13}c_{31} = 0 \\ r_{21}c_{11} + (1-l_1)\;c_{21} + r_{23}c_{31} = 0 \\ r_{31}c_{11} + r_{32}c_{21} + (1-l_1)\;c_{31} = 0 \end{cases}$$
(3.71)

Dans notre exemple l_1, l_2 et l_3 sont respectivement $\boldsymbol{S_1^2}$, $\boldsymbol{S_2^2}$ et $\boldsymbol{S_3^2}$.

Par définition, le déterminant de ce système est nul (=0).

La résolution de ce système est faite de proche en proche :
On pose exemple c_{31}**=1** et on tire c_{11} et c_{21}.

Ces vecteurs propres sont standardisés soit en égalant leur produit scalaire à l'unité, soit aux valeurs propres correspondantes.

On obtient ainsi soit une matrice de vecteurs normes C (*ACP pour les données quantitatives*), soit une matrice standardisés par rapport aux valeurs propres F (*AFP pour les données qualitatives*), en calculant dans ce cas $f_i = c_i\,\sqrt{l_i}$ qui est tout simplement le coefficient de corrélation entre les valeurs transformées $X'i$ et la composante principale.

Les composantes :

$$(X'_i, U_i) = \mathrm{F} = \begin{array}{|ccc|} u_1 & u_2 & u_3 \\ \hline f_{11} & f_{21} & f_{31} \\ f_{12} & f_{22} & f_{32} \\ f_{13} & f_{23} & f_{33} \end{array} \qquad (3.72)$$

$u_1 \quad u_2 \quad u_3$ sont respectivement la 1^er^ , 2^ème^ et 3^ème^ composantes principales avec :

$$f_{11} = c_{11}\sqrt{l_1}$$

$$f_{21} = c_{21}\sqrt{l_2} \qquad (3.73)$$

$$f_{31} = c_{31}\sqrt{l_3}$$

La matrice du vecteur propre normé est :

$$C= \begin{array}{c|ccc|} & u_1 & u_2 & u_3 \\ \hline & c_{11} & c_{21} & c_{31} \\ & c_{12} & c_{22} & c_{32} \\ & c_{13} & c_{23} & c_{33} \end{array} \qquad (3.74)$$

Ce sont les coefficients directeurs de l'équation caractéristiques.

L'interprétation sur les vecteurs standardisés est beaucoup plus simple.

2.9.5 Interprétation des vecteurs propres :

Les vecteurs propres donnent les axes factoriels. En choisissant 2 axes, on peut représenter les individus et les variables.

Les axes factoriels sont déterminés de façon à rendre compte le mieux possible de la dispersion des données présentes dans la matrice. Les 2 premiers fournissent le maximum d'information pour la représentation graphique, mais on peut choisir n'importe quel axe.

Pour interpréter les composantes, on s'intéresse aux corrélations qui existent entre ces dernières et la variable initiale. On appelle ces corrélations les saturations et peuvent varier entre -1 et +1.

Chapitre quatrième : ANALYSE FREQUENTIELLE DES DONNEES EN HYDROLOGIE

L'analyse fréquentielle vise à définir les régimes à travers certaines valeurs caractéristiques et représentatives, à savoir :

- les valeurs centrales
- les valeurs extrêmes ou quantiles

Les valeurs centrales caractérisent l'abondance des régimes et leur irrégularité (moyenne, médiane).

Les valeurs extrêmes représentent celles que peuvent prendre des grandeurs hydrologiques pour des périodes de retour données (pluie, débit maximum de crue…). Ainsi, les problèmes qui se posent à l'hydrologue sont :

- le calcul de la valeur centrale et son intervalle de confiance ;
- la détermination de la valeur extrême pour une probabilité donnée et son intervalle de confiance.

Pour le traitement statistique, la grandeur hydrologique (pluie, débit…) est une variable aléatoire régie par simple hasard.

I. RAPPELS STATISTIQUES

1.1 Fréquence expérimentale

En statistique, une épreuve est l'ensemble de toutes les observations pluviométriques ou hydrométriques enregistrées dans une année. De chaque épreuve, des résultats sont tirés (précipitation annuelle, apport annuel…). L'ensemble de toutes les réalisations de ces résultats forme une population M, suite indéfinie dont on ne peut connaître qu'une partie qu'est l'échantillon E observé pendant une période déterminée de N années. En statistique, un événement est dit favorable s'il répond à l'attente que l'on s'est fixé avant l'épreuve.

Exemple : Dans une analyse statistique, on peut considérer comme événement favorable r tout débit supérieur à 10 m^3/s. Si on dispose d'un échantillon de n événements favorables, la fréquence expérimentale f de l'événement r dans l'échantillon N est le rapport $\frac{n}{N}$.

La probabilité de l'événement favorable r dans la population M est la limite de $\frac{n}{M}$ quand N tend vers l'infini.

$$\text{Prob}\ \frac{r}{M} = \lim \frac{n}{M} \quad \text{quand} \quad N \longrightarrow \infty \qquad (4.1)$$

Dans la pratique, on travaille soit à :

- la fréquence expérimentale au non dépassement ;
- la fréquence expérimentale au dépassement.

Lorsqu'une grandeur hydrologique est décrite par une série d'observations, la fréquence d'une de ces observations est la relation qui existe entre le nombre de fois qu'elle apparaît dans la série et le nombre total d'observations.

1.1.1 Fréquence au non dépassement

Cette fréquence *F(x)* correspond pour la population indéfinie à la probabilité au non dépassement. Si *X* est une variable aléatoire continue, susceptible de prendre une valeur quelconque sur la droite réelle, et *x* une de ces valeurs ; la probabilité que *X* soit inférieure à *x* est :

$$F(x) = \text{Prob}\,[X < x] = \int_{-\infty}^{x} f(x)dx \qquad (4.2)$$

Avec :

$f(x)$: Densité de probabilité
$F(x)$: Fonction de répartition

Remarque :

En statistique, toute fonction croissante ou décroissante peut être considérée comme fonction de répartition qui est une fonction cumulative que l'on peut appeler *probabilité* définie dans l'intervalle (0,1).

D'une manière générale, cette fonction cumulative est :

$$F(x) = \int_{R} f(x)dx \qquad (4.3)$$

La densité de probabilité *f(x)* est toujours positive dans l'intervalle de la variable *x* et la surface sous la courbe *f(x)* est unitaire.

1.1.2 Fréquence au dépassement

Elle correspond à la probabilité au dépassement.

$$F(x) = \text{Prob}\,[X > x] = \int_{x}^{\infty} f(x)dx \qquad (4.4)$$

En pratique, le traitement statistique d'une série hydrologique de *N* valeurs nécessite le calcul de la fréquence expérimentale. Son calcul nécessite un classement des valeurs par ordre croissant pour la fréquence au non dépassement et par ordre décroissant pour la fréquence au dépassement.

1.2 Choix de la formule pour la fréquence expérimentale

Il existe plusieurs formules de calcul pour la fréquence expérimentale, nous n'en citerons que quelques unes des plus utilisées.

- Formule de Hazen pour les lois normales et quasi normales :

$$F(x) = \frac{m - 0.5}{N} 100 \qquad (4.5)$$

- Formule de Weibull

$$F(x) = \frac{m}{n+1} \qquad (4.6)$$

- Formule de Tchegadayer pour les lois non normales :

$$F(x) = \frac{m - 0.3}{N + 0.4} \quad \text{si} \quad Cs \geq 2\,Cv \qquad (4.7)$$

$$F(x) = \frac{m - 0.4}{N + 0.2} \quad \text{si} \quad Cs < 2\,Cv \qquad (4.8)$$

Avec :

m : numéro d'ordre
N : taille de la série
Cs : Coefficient d'asymétrie
Cv : Coefficient de variation

1.3 Calcul des caractéristiques empiriques de l'échantillon

1.3.1 Les paramètres de position

- La moyenne arithmétique

C'est la somme des valeurs observées $x_1, x_2, \ldots\ldots\ldots, x_n$ divisée par le nombre d'observations n, dans le cas d'une série statistique, soit :

$$\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^{n} x_i \qquad (4.9)$$

La moyenne arithmétique a plusieurs propriétés :

. La somme des écarts entre les valeurs observées et la moyenne est nulle : $\sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{x}) = 0$

. C'est par rapport à la moyenne que la somme des carrés des écarts est la plus petite.

A la notion de moyenne arithmétique s'ajoute la notion de moyenne pondérée. Cette dernière est la moyenne d'une série d'observation $x_1, x_2, \ldots\ldots, x_n$ affectée d'un coefficient de pondération $w_1, w_2, \ldots\ldots, w_n$

$$\bar{x}_w = \frac{\sum_{i=1}^{n} w_i x_i}{\sum_{i=1}^{n} w_i} \qquad (4.10)$$

- La moyenne géométrique

La moyenne géométrique $\bar{x}_g$ d'une série statistique composée de n valeurs positives $x_1, \ldots, x_n$ est la racine $n^{ème}$ du produit de ces n valeurs.

$$\bar{x}_g = \sqrt[n]{x_1 . x_2 . x_3 \ldots\ldots . x_n} = \left(\prod_{i=1}^{n} x_i\right)^{\frac{1}{n}} \qquad (4.11)$$

où : $\text{Log } \bar{x}_g = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^{n} \log x_i \qquad (4.12)$

- La moyenne harmonique

La moyenne harmonique $\bar{x}_h$ d'une série de n valeurs positives $x_1, x_2, \ldots, x_n$ est l'inverse de la moyenne arithmétique des inverses :

$$\bar{x}_h = \frac{1}{\frac{1}{n}\left(\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} + \ldots\ldots + \frac{1}{x_n}\right)} = \frac{n}{\sum_{i=1}^{n} \frac{1}{x_i}} \qquad (4.13)$$

- La moyenne quadratique

La moyenne quadratique est la racine carrée de la moyenne arithmétique des carrés.

$$\bar{x}_q = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^{n} x_i^2} \qquad (4.14)$$

Remarque

D'une manière générale, la moyenne de degré k d'une série statistique pour les valeurs positives est définie :

$$\bar{x}_k = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^{n} \left(x_1^k\right)^{\frac{1}{k}} \qquad (4.15)$$

L'exposant k peut être positif ou négatif.

Lorsque $k = 1 \Rightarrow$ moyenne arithmétique
Lorsque $k = -1 \Rightarrow$ moyenne harmonique
Lorsque $k = 2 \Rightarrow$ moyenne quadratique
Lorsque $k' \to 0 \Rightarrow$ moyenne géométrique

Les moyennes de degré k sont aussi les racines $K_i^{ème}$ des moments non centrés.

- La médiane

La médiane $\tilde{x}$ (*x tilde*) est un paramètre de position tel que la moitié des observations lui sont inférieures (ou égales) et la moitié supérieures (ou égales) dans une série ; la série étant ordonnée.

Lorsque n est impair, la médiane est l'observation de rang *(n+1)/2* :

$$\tilde{x} = x_{\frac{(n+1)}{2}} \qquad (4.16)$$

Lorsque n est pair, on a :

$$\tilde{x} = \frac{x_{\frac{n}{2}} + x_{\frac{n}{2}+1}}{2} \qquad (4.17)$$

Remarque

Dans le cas des distributions symétriques $\bar{x} = \tilde{x}$. Plus l'écart est grand entre la moyenne $\bar{x}$ et la médiane $\tilde{x}$, plus la dissymétrie est prononcée.

Exemple :

Trouver la médiane de la série statistique :

9, 4, 0 , 5 , 8 , 7 , 2 , 2 , 7 , 1

- La série doit être rangée : 0, 1, 2, 2, 4, 5, 7, 7, 8, 9

Médiane $= \tilde{x} = \bar{x} = 4{,}5$

1.3.2 Les paramètres de dispersion

Ces paramètres permettent de chiffrer la variabilité des valeurs observées autour d'un paramètre de position.

- La variance

C'est la moyenne arithmétique des carrés des écarts par rapport à la moyenne. Pour une série statistique :

$$\sigma^2 = \frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{x})^2 = \frac{1}{n-1}\left[\sum_{i}^{n} x_i^2 - n\bar{x}^2\right] \qquad (4.18)$$

pour $n \leq 30$

- L'écart type

On l'appelle aussi écart quadratique ou déviation standard. C'est la racine carrée de la variance : $\sigma = \sqrt{\sigma^2}$ (4.19)

- Le coefficient de variation ou coefficient de variabilité

C'est le rapport entre l'écart type et la moyenne arithmétique :

$$Cv = \frac{\sigma}{\bar{x}} \qquad (4.20)$$

Remarque

σ, σ^2 et Cv sont nuls si seulement tous les écarts $x_i - \bar{x}$ sont nuls, c'est à dire si toutes les valeurs observées sont égales entre elles :

$$x_1 = x_2 = \ldots\ldots = \bar{x} \qquad (4.21)$$

1.3.3 Les paramètres de dissymétrie et d'aplatissement ou paramètres de forme

Les plus utilisés sont les coefficients de Pearson b_1 et b_2 et de Fischer g_1 et g_2

Mesure de la dissymétrie

Pearson propose d'utiliser le coefficient b_1 (Fig. 4.1).

- Si b_1 est positif, la distribution est étalée sur la droite ; on observe la succession mode- médiane - moyenne et la dissymétrie est dite positive ;

- Si b_1 est négatif, la distribution est étalée sur la gauche ; on observe la succession moyenne – médiane - mode et la dissymétrie est dite négative ;

- Si b_1 est nul, (mais si la distribution est symétrique, $b_1 = 0$).

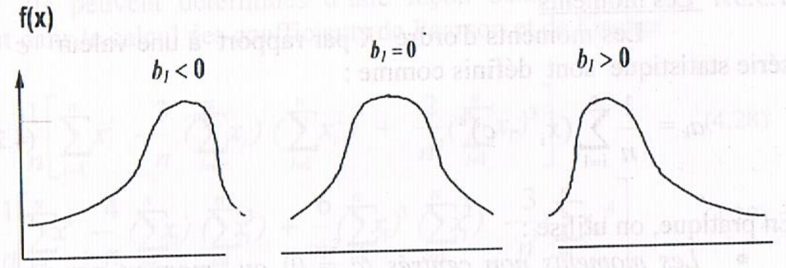


Fig. 4. 1 Sens de la dissymétrie.

Mesure de l'aplatissement :

Pearson propose d'utiliser le coefficient b_2 (Fig. 4.2)

- Si b_2 est négatif, la distribution est plus aplatie que la distribution normale ; la distribution est dite platicurtique.

- Si b_2 et positif, la distribution est moins aplatie que la distribution normale ; la distribution est dite leptocurtique.

- Si $b_2 = 0$, l'aplatissement est le même que pour la loi normale et la courbe est dite mésocurtique.

La détermination de ces coefficients nécessite la connaissance des moments d'ordre K.

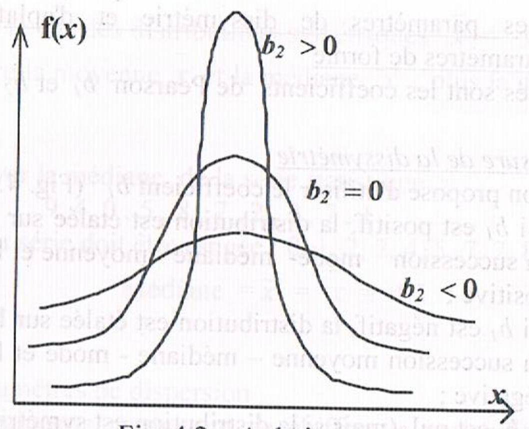


Fig. 4.2 Aplatissement

1.3.3.1 Les moments

Les moments d'ordre K par rapport à une valeur c d'une série statistique sont définis comme :

$$a_k = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}(x_i - c)^k \qquad (4.22)$$

En pratique, on utilise :

- *Les moments non centrés (c = 0) ou moment par rapport à l'origine*

$$a_k = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}(x_i)^k \qquad (4.23)$$

- *les moments centrés ou moment par rapport à la moyenne* ($c = \bar{x}$).

$$m_k = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{x})^k \qquad (4.24)$$

Remarque :

En particulier, le moment non centré d'ordre 1 se confond avec la moyenne

$$a_1 = \bar{x} \qquad \text{pour } k = 1 \qquad (4.25)$$

Le moment centré d'ordre 1 est toujours nul

$$m_1 = 0 \qquad (4.26)$$

Le moment centré d'ordre 2 se confond avec la variance

$$m_2 = \sigma^2 \qquad (4.27)$$

D'une manière générale, les moments d'ordre pair m_4, m_6 ...... sont comme la variance des paramètres de dispersion.
Pour éviter les confusions, on notera par ' a ' les moments non centrés et par ' m ' les moments centrés.
Les moments centrés d'ordre impair m_3, m_5.... sont des indices de dissymétrie ou d'obliquité. Ils sont nuls pour les distributions symétriques et différent de zéro pour les distributions dissymétriques.

1.3.3.2 Moments centrés d'ordre 3 et 4

Ils peuvent déterminés d'une façon beaucoup plus simple et entrent dans le calcul des coefficients de Pearson et de Fischer :

$$m_3 = \frac{1}{n}\left[\sum_{i=1}^{n}x_i^3 - \frac{3}{n}\left(\sum_{i=1}^{n}x_i\right)\left(\sum_{i=1}^{n}x_i^2\right) + \frac{2}{n^2}\left(\sum_{i=1}^{n}x_i\right)^3\right] \qquad (4.28)$$

$$m_4 = \frac{1}{n}\left[\sum_{i=1}^{n}x_i^4 - \frac{4}{n}\left(\sum_{i=1}^{n}x_i\right)\left(\sum_{i=1}^{n}x_i^3\right) + \frac{6}{n^2}\left(\sum_{i=1}^{n}x_i\right)^3\left(\sum_{i=1}^{n}x_i^2\right) - \frac{3}{n^3}\left(\sum_{i=1}^{n}x_i\right)^4\right] \qquad (4.29)$$

1.3.3.4 Les coefficients de Pearson et de Fischer

Ils sont définis à partir des moments centrés d'ordre 2 ,3 et 4 , les coefficients de Pearson b_1 et b_2 permettent de caractériser l'un le degré de dissymétrie et l'autre le degré d'aplatissement d'une distribution.

- *Coefficients de Pearson*

$$b_1 = \frac{m_3^2}{m_2^3} = \frac{m_3^2}{S^6} \quad \text{et} \quad b_2 = \frac{m_4}{m_2^2} = \frac{m_4}{S^4} \qquad (4.30)$$

- *Coefficients de Fischer*

Les coefficients de Fischer g_1 et g_2 jouent le même rôle que celui des coefficients de Pearson, le premier caractérise la dissymétrie et l'autre l'aplatissement.

$$g_1 = \frac{m_3}{m_2^{3/2}} = \frac{m_3}{\sigma^3} \qquad et \quad g_2 = \frac{m_4}{m_2^2} - 3 = \frac{m_4}{\sigma^4} - 3 \qquad (4.31)$$

Le coefficient d'asymétrie Cs *n'est d'autre que* g_1 *de Fischer*, il peut être calculé d'une façon plus simple :

$$Cs = \frac{\sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{x})^3}{(n-1)\sigma^3} \qquad \text{pour} \qquad n \leq 30 \qquad (4.32)$$

Le coefficient d'aplatissement appelé aussi Kurtosis **K** n'est autre que le coefficient b_2 de Pearson, il peut être calculé aussi par :

$$K = \frac{m_4}{m_2^2} = \frac{\sum_{i}^{n}(x_i - \bar{x})^4}{(n-1)\sigma^4} \qquad (4.33)$$

Il existe une relation entre les coefficients de Pearson et de Fischer :

$$g_1^2 = b_1 \qquad et \quad g_2 = b_2 - 3 \qquad (4.34)$$

II. VALEURS EXTREMES ET LOIS DE PROBABILITES.

Le calcul des valeurs extrêmes ou quantiles nécessite un ajustement à une loi de probabilité, après avoir calculé non seulement la fréquence expérimentale mais aussi les caractéristiques empiriques les plus important (moyenne arithmétique, écart type, coefficient de variation et coefficient d'asymétrie). Il faut choisir une loi de probabilité susceptible de s'ajuster d'une manière adéquate à la série hydrologique. Cette pratique revient donc à ajuster une loi théorique de répartition des fréquences à l'échantillon.

La probabilité d'apparition P ou f de l'événement est liée à la période de retour T:

$$T = \frac{1}{P} \qquad \text{ou} \qquad \frac{1}{f} \qquad (4.35)$$

2.1 Application de quelques lois statistiques aux séries hydrologiques

2.1.1 Généralités

La probabilité est une application de l'espace des épreuves [0,1].Le travail de l'hydrologue consiste à faire coïncider cette application avec le risque d'occurrence d'un événement bien défini. Les méthodes statistiques ou à l'échantillonnage n'étudient qu'une grandeur d'un processus (ex: Pluie annuelle, le débit maximum) en excluant la notion de temps.

Les lois d'ajustement sont nombreuses et ne peuvent être appliquées à un échantillon que si les conditions *Homogénéité - Stationnarité* sont réunies parmi lesquelles :

- Loi de Laplace-Gauss ou loi Normale et Loi de Galton ou loi Log-Normale
- Loi de Fuller ou loi Exponentiel
- Loi Gamma, Lois de Pearson I et III
- Loi de Gumbel ou Loi doublement exponentielle
- Loi de Goodrich
- Loi de Fréchet
- Loi de Weibull..........

Ces lois comportent 2 ou 3 paramètres estimés par différentes méthodes :

- méthode des moments
- méthode du maximum de vraisemblance
- méthode du maximum d'entropie.........

2.1.2 Critères de choix d'une loi

Ces critères de choix sont liés à un ajustement graphique d'abord et ensuite à un test de dispersion. L'allure des points sur du papier à probabilité permet à prime abord d'accepter ou de rejeter la loi (Toute sinuosité, mauvaise courbure ou cassure de pente est considérée comme un mauvais ajustement).

Le test de dispersion permet d'accepter ou de rejeter l'appartenance d'une population de débits à une loi donnée en fonction d'un seuil de tolérance fixé à priori (en général 5%).Un des tests les plus utilisés est le test du ℵ² (Khi 2) ou test de Pizzeti - Pearson. Cependant, une question délicate se pose : Quelle loi choisir lorsque plusieurs d'entre elles sont adéquates? Devant une tel problème, les critères de choix pouvant être retenus sont:

- A qualité égale, la loi qui a le moins de paramètres est à retenir.

- A qualité égale et nombre de paramètres égal, il faut comparer les estimations des 2 lois. Si ces estimations sont voisines, il faut retenir la plus simple ; si elles sont nettement différentes, il faut prendre une nouvelle loi quitte à prendre un paramètre supplémentaire.

Remarque: Il est souhaitable de trouver une loi à 1 ou 2 paramètres. Une loi à 3 paramètres ne peut être retenue que si sa qualité d'ajustement est nettement supérieure à celles des lois à 1 ou 2 paramètres (ne jamais dépasser 3 paramètres sauf cas exceptionnel).

2.1.3 Intervalles de confiance

Après avoir choisi la loi adéquate à l'échantillon, il est facile de constater que l'estimation des paramètres de la loi dépend de la taille l'échantillon analysé. Pour cela, il suffit de sélectionner quelques sous échantillons de la période d'observations des débits pour constater que l'estimation des paramètres peut-être sensiblement différente. Les erreurs observées résultent des incertitudes ou erreurs d'échantillonnage. La fiabilité des estimations exprimée par l'intervalle de confiance sera donc fonction de la taille de l'échantillon. L'intervalle de confiance est calculé aussi bien pour les caractéristiques de l'échantillon que sur les quantiles. Bernier et Véron (1967) ont dressé, dans le cas de la loi de Gumbel, des tables permettant de calculer les intervalles de confiance à 70 et 95%

Quelque soit la loi théorique d'ajustement à un échantillon, le procédé de calcul est toujours le même. Il consiste à :

- classer les valeurs de l'échantillon par ordre croissant ou décroissant selon qu'on travaille à la fréquence au dépassement ou au non dépassement.
- affecter un numéro d'ordre aux valeurs classées ;
- calculer la fréquence expérimentale par une formule empirique ;
- calculer les caractéristiques empiriques de l'échantillon à savoir : moyenne, écart type ou coefficient de variation, coefficient d'asymétrie s'il existe….
- reporter les points sur papier à probabilité approprié à chaque loi ;
- tracer la droite ou la courbe théorique appropriée ;
- lire ou calculer la valeur extrême (quantile), c'est à dire la valeur correspondante à une probabilité donnée ;
- tester l'adéquation de la loi d'ajustement :

- calculer l'intervalle de confiance en général à 95% sur les caractéristiques empiriques de l'échantillon et sur le ou les valeurs extrêmes.

2.2 Loi normale ou loi de Gauss

2.2.1. Généralités

Une variable appartient à la distribution normale lorsque sa fonction de répartition est de la forme :

$$F(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{u} e^{-\frac{1}{2}u^2}\, du \quad \text{(fréquence au non dépassement)} \qquad (4.37)$$

u est la variable réduite de Gauss. Elle est donnée par :

$$u = \frac{x - \overline{x}}{\sigma} \qquad (4.38)$$

La transformation $x = \overline{x} + \sigma u$ est l'équation de la droite de Henry sur papier à probabilité gaussienne.

Une des particularités de la loi normale est que le paramètre de tendance centrale ou de position $\overline{x}$ et à la fois la moyenne, mode et médiane, σ étant le paramètre de dispersion ou l'écart type (racine carrée de la variance). La fonction de densité de probabilité a pour expression :

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2}u^2} \qquad (4.39)$$

La dérivée première s'annule pour $u = 0$ (valeur modale) et la dérivée seconde pour $u = \pm 1$. La fonction de densité est représentée par la courbe *"en cloche"* symétrique par rapport au mode $u = 0$ et avec des points d'inflexion pour $u = \pm 1$ (Fig. 4.3).

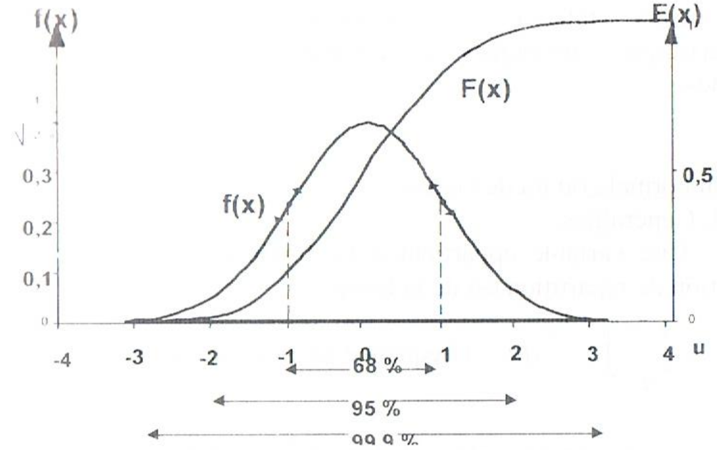


Fig.4.3 Densité de probabilité et fonction de répartition de la loi de Gauss

5.2.2 Caractéristiques empiriques de l'échantillon

Méthode des moments :

On obtient immédiatement les estimations suivantes :

$$\bar{x} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} x_i \qquad \text{et} \qquad \sigma = \sqrt{\frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{x})^2} \qquad (4.40)$$

Méthode du maximum de vraisemblance :

Cette méthode conduit à une autre estimation de l'écart-type :

$$\sigma_X = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n}(x_i - n\bar{x})^2}{n-1}} \qquad (4.41)$$

Elle est consistante mais moins correcte que la précédente que l'on préfèrera donc.

L'ajustement graphique consiste à reporter les valeurs en fonction de leurs fréquences expérimentales sur papier Gauss.

La droite de Henry nécessite la connaissance de 3 points théoriques pour son tracé. Connaissons $\bar{x}$ et σ, il suffit de prendre 2 fréquences théoriques $P\%$ de part et d'autre de la moyenne, de tirer u sur la table de Gauss (Annexe 1) et de calculer la valeur correspondante par l'équation $x_{p\%} = \bar{x} + \sigma u_{p\%}$.

En absence de table de Gauss, il est possible d'approximer l'intégrale de Gauss par la formule polynomiale suivante :

- Pour $F(x) \leq 0,5$:

$$u = x - \frac{2.515517 + 0.802853\,x + 0.010328\,x^2}{1 + 1.432788\,x + 0.189269\,x^2 + 0.001308\,x^3} \qquad (4.42)$$

avec $x = \sqrt{\ln\frac{1}{F(x)^2}}$

Cette approximation permet une programmation facile et provoque des erreurs très faibles

. Pour $F(x) > 0,5$: On a : $F(x) = 1 - F(x)$ et $u = - u$

Parfois, on est amené au contraire à calculer F(x) pour une valeur de u donnée et vice versa.

. Pour $u \geq 0$:

$$F(u) = 1 - \frac{0.5}{1 + 0.196854x + 0.115194x^2 + 0.000344x^3 + 0.019527x^4} \qquad (4.43)$$

L'erreur sur $F(x)$ est très faible.

. Pour $u < 0$ on fera $u = - u$ et $F(x) = 1 - F(x)$

Chaque estimation d'un quantile nécessite la connaissance de son intervalle de confiance pour une erreur α.

$$x_{p\%} \pm \left(\frac{\frac{u_\alpha}{\sqrt{n}}\sqrt{1 + \frac{u_{p\%}}{2} + \frac{u_{p\%}u_\alpha^2}{2n}}}{1 - \frac{u_\alpha^2}{2n}} \right) \sigma \qquad (4.44)$$

d'une façon beaucoup plus simple :

$$x_{p\%} \pm u_{1-\alpha/2}\frac{\sigma}{\sqrt{2n}}\sqrt{u_{p\%}^2 + 2}$$

$$\text{Prob}\,[x_{1,p\%} < x_{p\%} < x_{2,p\%}] = 1\text{-}\alpha$$

Exemple 4.1

Soit les pluies annuelles observées P_{an} à la station de Menaceur (W.Tipaza) sur la période 1973/74 à 2001/2002, on demande de calculer les quantiles de période de retour 10 et 100 ans et leur intervalle de confiance pour une erreur $\alpha = 5\%$.

Données

Tab. 4.1 Pluie annuelle et maximale journalière

Année	P_{an} mm	$P_{max,j}$ mm	Année	P_{an} mm	$P_{max,j}$ mm
1973/1974	648	42	1988/1989	317	42
1974/1975	886	34	1989/1990	554	32
1975/1976	610	84	1990/1991	778	37
1976/1977	630	40	1991/1992	408	79
1977/1978	843	45	1992/1993	370	60
1978/1979	700	62	1993/1994	646	39
1979/1980	708	35	1994/1995	762	86
1980/1981	565	34	1995/1996	430	87
1981/1982	609	52	1996/1997	594	34
1982/1983	618	39	1997/1998	707	52
1983/1984	801	40	1998/1999	539	66
1984/1985	582	92	1999/2000	328	61
1985/1986	843	20	2000/2001	427	51
1986/1987	640	74	2001/2002	505	85
1987/1988	619	34			

Solution:

Les caractéristiques empiriques de la série des pluies annuelles, à savoir *la moyenne et l'écart type* :

$$\bar{x} = 609{,}207 \text{ mm}$$

$$\sigma = 153{,}038 \text{ mm}$$

L'équation de la droite de Henry :

$$P_{an,p\%} = 609{,}207 + 153{,}038\ u_{p\%}$$

Les quantiles peuvent déterminés graphiquement (Fig. 4.5) ou analytiquement par l'équation de la droite de Henry.

$$P_{an,10\%} = 609{,}207 + 153{,}038 \,.\, 1{,}28 = 805 \text{ mm}$$

$$P_{an,1\%} = 609.207 + 153.038 \,.\, 2.32 = 964 \text{ mm}$$

Intervalle de confiance :

$$\textbf{Prob}\,[P_{1an,p\%} < P_{an,p\%} < P_{2an,p\%}] = 1\text{-}\alpha = 0.95 = 95\%$$

$$\hat{P}_{an,p\%} = P_{an,p\%} \pm u_{1-\frac{\alpha}{2}} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{2n}} \cdot \sqrt{u_{p\%}^2 + 2}$$

$$\text{Prob}\,[739 < P_{an,10\%} < 890] = 95\%$$

$$\text{Prob}\,[876 < P_{an,1\%} < 1105] = 95\ \%$$

Ajustement graphique

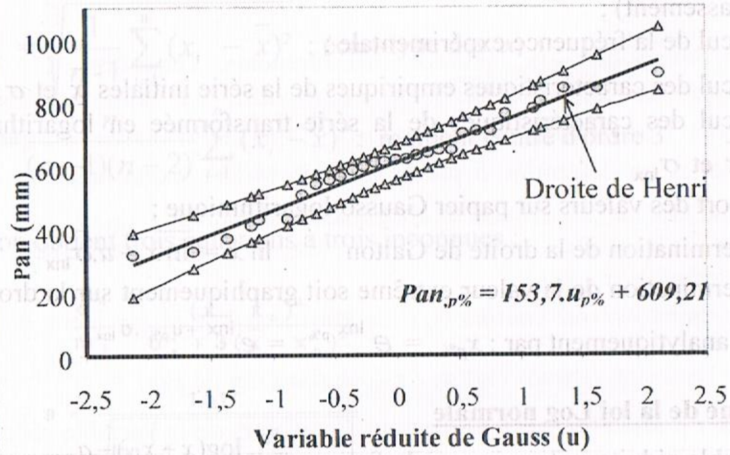


Fig.4. 5 Ajustement des pluies annuelles à la loi normale

2.3 Loi Log Normale ou loi de Galton

2.3.1 Généralités

Une variable aléatoire X a une distribution log normale lorsque $Y = \ln X$ est normale. La loi de Galton résulte de la loi normale mais rendue dissymétrique par un changement de variables. Sa fonction de répartition est donnée par :

$$F(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{u} e^{-\frac{1}{2}u^2}\, du \ \text{(fréquence au non dépassement)} \qquad (4.45)$$

$1^{ère}$ forme de la loi log normale

La variable réduite *u* est de la forme :

$$u = \frac{\ln x - \overline{\ln x}}{\sigma_{\ln x}} \qquad (4.46)$$

L'équation de la variable réduite présentée sous la forme $\ln x = \overline{\ln x} + u.\sigma_{\ln x}$ est l'équation d'une droite sur papier Gausso-logarithmique avec en abscisse l'échelle gaussienne et en ordonnée l'échelle logarithmique.

Procédé d'ajustement

- classement des valeurs par ordre décroissant (fréquence au dépassement) ;
- Calcul de la fréquence expérimentale ;
- Calcul des caractéristiques empiriques de la série initiales $\overline{x}$ et σ ;
- Calcul des caractéristiques de la série transformée en logarithme $\overline{\ln x}$ et $\sigma_{\ln x}$
- Report des valeurs sur papier Gausso-logarithmique ;
- Détermination de la droite de Galton $\ln x = \overline{\ln x} + u.\sigma_{\ln x}$;
- Détermination de la valeur extrême soit graphiquement sur la droite soit analytiquement par : $x_{p\%} = e^{\ln x_{p\%}} = e^{\overline{\ln x} + u_{p\%} .\sigma_{\ln x}}$

$2^{ère}$ forme de la loi Log normale

La variable réduite se trouve sous la forme $u = \dfrac{\log(x - x_o) - a}{b}$ avec un intervalle de définition : $x \; \varepsilon \;] x_O, +\infty[$

La variable $\log(x - x_O)$ suit une loi de Gauss à 2 paramètres, avec :

a: moyenne des $\log(x-x_o)$ et *b* : écart type des $\log(x-x_o)$

L'introduction du paramètre de position x_o permet un ajustement de la loi log-normale lorsque la droite des fréquences expérimentales tracée sur papier Galton présente une concavité prononcée vers le haut ou vers le bas à l'une des 2 extrémités. Si la concavité est vers le haut on la corrige avec un x_o négatif, si elle est vers le bas, elle est corrigée par un x_o positif.

On passe de la loi de Gauss à la loi de Galton en faisant le changement de variable de *x en* $\log(x - x_O)$. Cette loi fait intervenir trois paramètres dont x_o est le paramètre de position qui peut être déterminé graphiquement ou analytiquement.

a et *b* sont des coefficients d'ajustement qui peuvent déterminés par la méthode des moments ou la méthode du maximum de vraisemblance.

2.3.2 Estimation des paramètres

Méthode des moments

En utilisant la première formulation, les trois paramètres à déterminer sont x_o, *a* et *b*. En posant :

$\overline{x}$: moyenne des x_i

$$\sigma_x = \sqrt{\frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n}(x_i - \overline{x})^2} \text{ ; écart-type des } x_i \qquad (4.47)$$

$$m_3 = \frac{n}{(n-1)(n-2)}\sum_{i=1}^{n}(x_i - \overline{x})^3 \text{ : moment centré d'ordre 3} \qquad (4.48)$$

... on obtient trois équations à trois inconnues :

$$\left\{ \begin{aligned} & \frac{\sigma^4}{m_3} = \frac{(\overline{x} - x_o)^3}{\sigma_x^2 + 3(\overline{x} - x_o)^2} && (4.49) \\ & a = \frac{1{,}517}{\sqrt{\log\left[1 + \dfrac{\sigma^2}{(\overline{x} - x_o)^2}\right]}} && (4.50) \\ & b = \frac{1{,}513}{a} - a\log(\overline{x} - x_o) && (4.51) \end{aligned} \right.$$

L'équation (4.49) ne dépend que de x_O et des valeurs prises dans l'échantillon. Elle ne peut être résolu que par approximations successives. Connaissant x_o, on résout l'équation (4.50) qui donne *a* ; puis connaissant *a* et x_o, on calcule *b*.

La méthode des moments présente le double inconvénient de nécessiter un calcul itératif et de donner parfois des valeurs de x_o supérieures à la plus petite des valeurs rencontrées dans l'échantillon.

Méthode du maximum de vraisemblance

On obtient trois équations à trois inconnues x_O, a et b :

$$\begin{cases} 2{,}3026\left[\sum_{i=1}^{n}\frac{1}{x-x_o}\right]\left[\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}\log^2(x-x_o)-\frac{1}{n^2}\sum^2\log(x-x_o)\right]=\frac{1}{n}\left[\sum_{i=1}^{n}\log(x-x_o)\right]\left[\sum_{i=1}^{n}\frac{1}{x-x_o}\right]-\sum_{i=1}^{n}\frac{\log(-x_o)}{x-x_o} & (4.51)\\ a^2=\dfrac{1}{\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}\log^2(x-x_o)-\frac{1}{n^2}\left[\sum_{i=1}^{n}\log(-x_o)\right]^2} & (4.52)\\ b=-\dfrac{a\sum_{i=1}^{n}\log(-x_o)}{n} & (4.53)\end{cases}$$

Comme dans la méthode des moments, l'équation 4.51 ne dépend que de x_O mais on doit la résoudre par approximations successives. Connaissant x_O, la formule 4.52 permet d'évaluer a ; enfin, avec x_O et a, on détermine b par la formule (4.53). Cette méthode est préférable lorsque l'on dispose de moyens de calcul.

On passe de la loi de Gauss à la loi de Galton par le changement de variable x en $\log(x - x_O)$.

Par conséquent, si on connaît x_O, on pourra tracer l'équivalent de la droite de Henry en portant $\log(x_i - x_O)$ en fonction de $F(x) = \frac{i - 0{,}5}{n}$ sur un papier à probabilité graduée suivant les valeurs de la variable réduite de Gauss.

Pour déterminer x_O, on procédera par tâtonnements en se fixant différentes valeurs de x_O jusqu'à obtenir l'alignement des points expérimentaux.

Exemple 4.2

Soit les pluies annuelles de la station de Menaceur (Tab. 4.1), on demande de déterminer les quantiles de périodes de retour 10 et 100 ans.

Solution

Caractéristiques empiriques (méthode des moments) :

Moyenne de la série des logarithmes : 2.769

Ecart type de la série des logarithmes : 0.119

Equation de la droite de Galton (Fréquence au non dépassement) :

$$\log P_{an\,p\%} = \overline{\log P_{an}} + u_{p\%}\cdot\sigma_{\log P_{an}} = 2.769 + u_{p\%}\cdot 0.119$$

Les quantiles peuvent déterminés graphiquement (Fig.4.6) ou analytiquement par l'équation de la droite de Galton.

$$P_{an,10\%} = 10^{\overline{\log P_{an}} + u_{10\%}\cdot\sigma_{\log P_{an}}} = 837 \text{ mm}$$

$$P_{an,1\%} = 10^{\overline{\log P_{an}} + u_{1\%}\cdot\sigma_{\log P_{an}}} = 1116 \text{ mm}$$

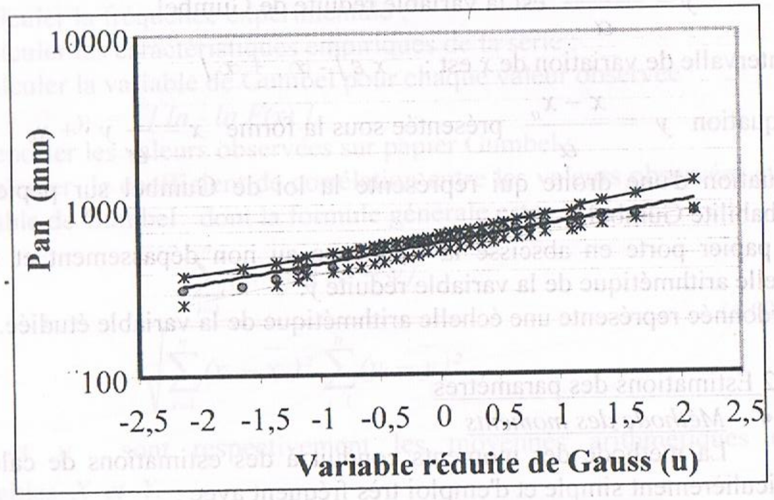


Fig. 4. 6 Ajustement à la loi Log Normale

Remarque :

On peut travailler avec le log décimal ou le log népérien.

Les intervalles de confiance sont calculés de la même manière que pour la loi normale, en travaillant sur les logarithmes.

2.4 Loi doublement exponentiel ou Loi de Gumbel

2.4.1 Généralités

La fonction de répartition de la loi de Gumbel est :

$$F(x) = e^{-e^{-\frac{x-x_0}{\alpha}}} \qquad (4.54)$$

$F(x)$: fréquence au dépassement de la valeur de x

α, x_0 : coefficients d'ajustement

- x_0 est le paramètre de position (mode)

- α est le paramètre d'échelle différent de zéro et positif appelé aussi « gradex »

Par un changement de variable $y = \dfrac{x - x_o}{\alpha}$, la loi de Gumbel s'écrit :

$$F(x) = e^{-e^{-y}} \qquad (4.55)$$

$$y = \frac{x - x_o}{\alpha} \text{ est la variable réduite de Gumbel}$$

L'intervalle de variation de x est : $x \; \varepsilon \;]-\infty, +\infty[$

L'équation $y = \dfrac{x - x_o}{\alpha}$ présentée sous la forme $x = \dfrac{1}{\alpha} y + x_0$ est l'équation d'une droite qui représente la loi de Gumbel sur papier à probabilité Gumbel.

Ce papier porte en abscisse la fréquence au non dépassement et une échelle arithmétique de la variable réduite y.

L'ordonnée représente une échelle arithmétique de la variable étudiée.

2.4.2 Estimations des paramètres

- *Méthode des moments*

La méthode des moments conduit à des estimations de calcul particulièrement simple et d'emploi très fréquent avec :

$$\alpha = 0{,}78\,\sigma_X \qquad (4.56)$$

$$x_O = \bar{x} - 0{,}577\,\alpha \qquad (4.57)$$

- *Méthode du maximum de vraisemblance*

On aboutit au système résolutif suivant :

$$\begin{cases} \bar{x} = \alpha + \dfrac{\sum_{i=1}^{n} x^{e^{-\frac{x}{\alpha}}}}{\sum_{i=1}^{n} e^{-\frac{x}{\alpha}}} & (4.58) \\[2ex] x_o = \alpha \ln \left[\dfrac{\sum_{i=1}^{n} e^{-\frac{x}{\alpha}}}{n} \right] & (4.59) \end{cases}$$

L'équation (4.58) ne peut se résoudre que par itération. Ayant déterminé α, l'équation (4.59) permet la détermination de x_o.

La méthode du maximum de vraisemblance ne s'utilise que lorsque l'on dispose de moyens de calcul automatique.

Procédé d'ajustement

- classement des valeurs par ordre croissant en leur affectant un numéro d'ordre
- calculer la fréquence expérimentale ;
- calculer les caractéristiques empiriques de la série ;
- calculer la variable de Gumbel pour chaque valeur observée

$$y = -[\ln - \ln F(x)]$$

- reporter les valeurs observées sur papier Gumbel ;
- calculer le coefficient de corrélation entre les valeurs observées et la variable de Gumbel dont la formule générale est :

$$r = \frac{\sum_{i=1}^{n} (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{\sqrt{\sum_{i=1}^{n} (x_i - \bar{x})^2 \sum_{i=1}^{n} (y_i - \bar{y})^2}} \qquad (4.60)$$

$\bar{x}$ et $\bar{y}$ sont respectivement les moyennes arithmétiques des variables X et Y.

- si la corrélation est bonne, calculer les paramètres d'ajustement de la droite de Gumbel. La droite de régression ou droite de Gumbel est :

$x = \dfrac{1}{\alpha} y + x_o$ où $\dfrac{1}{\alpha}$ est la pente de la droite et x_o est l'ordonnée à l'origine.

y est la variable de Gumbel pour une probabilité donnée.

Les paramètres $\dfrac{1}{\alpha}$ et x_o peuvent être aussi déterminés par la méthode des moindres carrés.

- tracer la droite de régression sur papier Gumbel. Pour cela, il suffit de prendre 2 valeurs de probabilité pour lesquelles, il faut déterminer la variable y qu'il suffira de remplacer dans la droite de régression.

Ex:

$F(x) = 0.50$ on a : $y = -[\ln - \ln(0.50)] = +0.36$

$F(x) = 0.80$ on a : $y = -[\ln - \ln(0.80)] = +1.49$

En remplaçant, ces valeurs dans l'équation, nous retrouvons respectivement les valeurs de probabilité 50% et 80%.

La valeur extrême ou quantile peut être déterminée graphiquement sur papier Gumbel ou analytiquement en utilisant simplement la droite de régression ou droite de Gumbel.

- calculer les intervalles de confiance soit en utilisant les abaques de Bernier (Fig. 4.6) soit analytiquement par la formule 4.61

$$\frac{\frac{y_\alpha}{n}\sqrt{1 + 1{,}13\,.u_{p\%} + 1{,}1\,.u^2_{p\%}} \pm \frac{y^2_\alpha}{n}(1{,}1\,.u_{p\%} + 0{,}57)}{1 - 1{,}1\,.\frac{y^2_\alpha}{n}} \qquad (4.61)$$

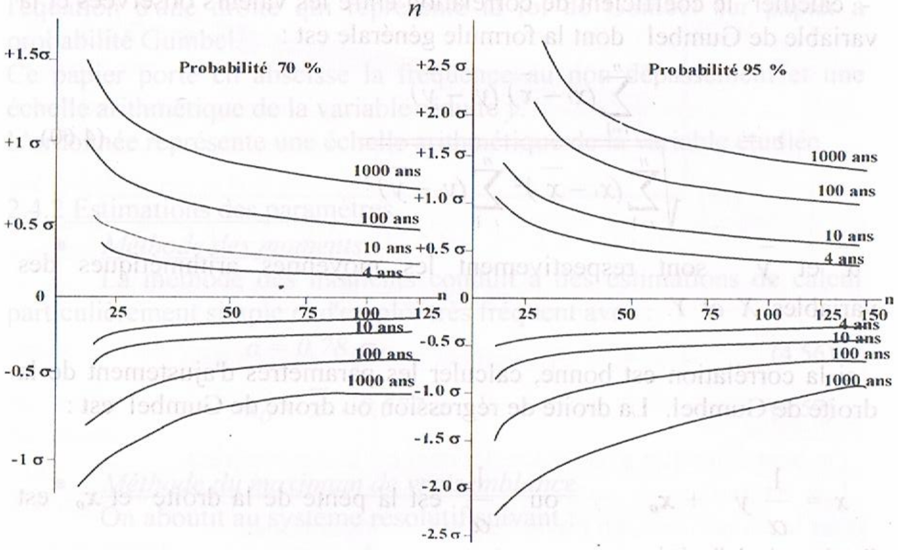


Fig.4.6. Abaques de Bernier et Véron

Exemple 4.3

On propose d'ajuster les précipitations maximales journalières de la station de Menaceur (W Tipiza) sur la période 1973/74 à 2000/2001 afin de déterminer les quantiles de période de retour 10 et 100 ans.

Données (Voir Tableau 4.1)

Solution :

Caractéristiques empiriques(méthode des moments)

Moyenne des $P_{max,j}$ = 54.18 mm

Ecart type des $P_{max,j}$ = 19.93 mm

Equation de la droite de Gumbel (Fréquence au non dépassement):

$$P_{maxj,p\%} = 15{,}76\ Y_{p\%} + 44{,}05$$

Pour $P = 10\%$, $Y_{10\%} = 2.25$; $P_{majp10\%} = 80$ mm

Pour $P = 1\%$ $Y_{1\%} = 4.60$; $P_{maxjp1\%} = 117$ mm

Ces quantiles peuvent être lus sur la figure 4.7.

Ajustement graphique :

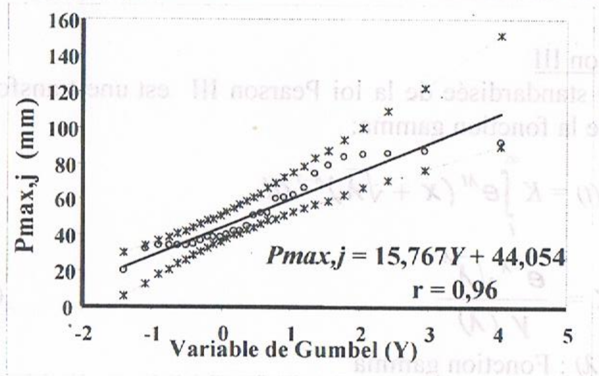


Fig. 4. 7 Ajustement à la loi de Gumbel des $P_{max,j}$

2.5 Loi de Fréchet

Parmi les distributions exponentielles généralisées, nous ne citerons que la loi de Fréchet qui est la plus fréquemment utilisée.

Sous sa forme simplifiée, la fonction de distribution s'écrit :

$$F(x) = e^{-e^{-y}} \qquad (4.62)$$

définie sur l'intervalle : $x\ \varepsilon\ ]\ x_o\ ,\ +\infty\ [$

Avec : $$y = \frac{\log(x - x_o) - \alpha}{\delta} \qquad (4.63)$$

Cette loi a trois paramètres :

x_o : paramètre de position (mode)

δ : paramètre d'échelle (appelé aussi gradex)

α: paramètre de forme

Elle dérive donc directement de la loi de Gumbel par le changement de variable de x en $log\ (x - x_0)$. La fonction de distribution est alors à dissymétrie positive.

Dans la formulation citée plus haut, nous avons trois paramètres x_0, α et δ à déterminer. Dans ce cas, on est directement ramené à la loi de Gumbel par la transformation x en $\log(x - x_0)$ et par conséquent, on estimera et δ par :

$$\delta = 0{,}78\ \sigma_{log\ (x - x_0)} \quad \text{et} \quad \alpha = \overline{\log(x - x_o)} - 0{,}577\ \delta \qquad (4.64)$$

Les intervalles de confiance sont les mêmes que pour la loi de Gumbel mais au lieu de travailler sur x, on travaille sur $log\ (x - x_0)$.

2.6 Loi Pearson III

La forme standardisée de la loi Pearson III est une transformation linéaire de la fonction gamma:

$$F(t) = K \int_t^{\infty} e^{\lambda t} (x + \sqrt{\lambda})^{\lambda - 1} dt \qquad (4.65)$$

Avec :

$$K = \frac{e^{-\lambda} \sqrt{\lambda}^{\lambda}}{\gamma\ (\lambda)} \qquad (4.66)$$

$\gamma(\lambda)$: Fonction gamma

λ : Paramètre de forme

t est la variable réduite ayant pour expression :

$$t = \frac{x_i - \overline{x}}{\sigma} = \frac{K_i - 1}{Cv} \qquad \text{avec } K_i = \frac{x_i}{\overline{x}} \qquad (4.67)$$

σ : écart type de la série

$\overline{x}$: moyenne arithmétique de la série

Ki : Hydraulicité ou coefficient modulaire de Kotchérine

Cette variable t n'est en fait que la fonction Rybkine Foster $F_{p\%}$ qui est tabulée (Annexe 3) et dépend du coefficient de variation Cv, du coefficient d'asymétrie Cs et de la probabilité $P\%$.

$$t = F_{p\%} = \frac{K_{p\%} - 1}{Cv} \qquad (4.68)$$

d'où :

$$K_{p\%} = F_{p\%}Cv + 1 \qquad (4.69)$$

La valeur extrême $X_{p\%}$ peut être calculée par l'expression 4.70 ou bien lue directement sur le graphique d'ajustement de la loi.

$$X_{p\%} = K_{p\%}\ \overline{x} = (F_{p\%}Cv + 1)\ \overline{x} \qquad (4.70)$$

Exemple 4.4

On se propose d'ajuster les débits moyens annuels observés sur une période de 20 ans à la station de Oued El Abtal dans le bassin versant de l'Oued Mina à la loi Pearson III et déterminer les débits de période de retour 10 et 100 ans, soit $Q_{10\%}$ et $Q_{1\%}$.

Solution :

Les caractéristiques empiriques de la série d'observations calculées par la méthode des moments sont :

Moyenne = Qo = 2.17 m³/s
Ecart type = 1.02 m³/s
Coefficient d'asymétrie = 0.69
Coefficient de variation = 0.47

La série d'observation est classée par ordre croissant (Tab. 4.2).

La fréquence expérimentale est calculée par la formule de Tchegadayer.

Tab. 4.2 Série de débits moyens classés

m	Qo ↗	F(x)	m	Qo ↗	F(x)
1	0,66	0,030	11	2,26	0,525
2	0,79	0,079	12	2,33	0,574
3	0,93	0,129	13	2,41	0,624
4	1,26	0,178	14	2,44	0,673
5	1,41	0,228	15	2,76	0,723
6	1,44	0,277	16	2,90	0,772
7	1,52	0,327	17	3,04	0,822
8	1,57	0,376	18	3,18	0,871
9	2,14	0,426	19	3,39	0,921
10	2,23	0,475	20	4,82	0,970

La série est reportée sur du papier à probabilité normale.

Pour tracer la courbe d'ajustement de Pearson III, il faut fixer préalablement des fréquences théoriques $P\%$ (probabilités) et lire sur la table la valeur de $Fp\%$ pour un Cs donné.

$$Q_{p\%} = K_{p\%}\ Q_o = (F_{p\%}Cv + 1)\ Q_o \qquad (4.71)$$

L'ajustement à la loi Pearson III est tracé à partir des valeurs présentées dans le tableau 4.3.

Les quantiles recherchés sont calculés soit par la formule 4.71, soit lus sur l'ajustement (Fig.4.8).

$$Q_{10\%} = [(1.34*0.47)+1]*2.17=3.56 m^3/s$$

$$Q_{1\%} = [(2.82*0.47)+1]*2.17=5.05 m^3/s$$

Tab. 4.3 Calcul des quantiles $Q_{p\%}$

P%	*Kp%*	*Qp%*
0,1	2,92	6,36
1	2,33	5,06
5	1,85	4,03
10	1,63	3,54
20	1,37	2,98
40	1,07	2,32
50	0,94	2,05
80	0,60	1,31
90	0,44	0,97
95	0,33	0,72
99,00	0,15	0,32

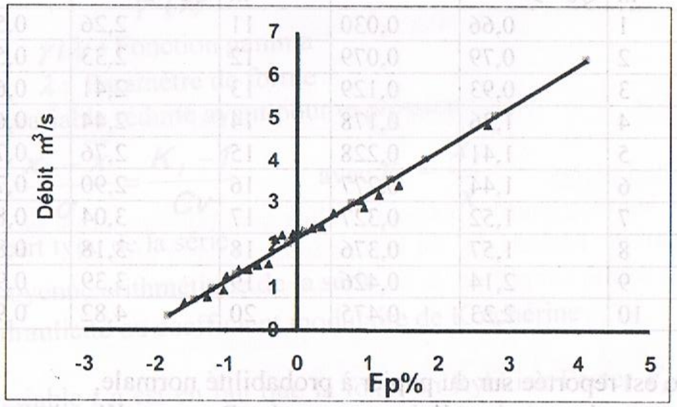


Fig. 4.8 Ajustement graphique à la loi Pearson III.

III. TEST D'ADEQUATION OU TEST DE PEARSON

3.1 Généralités

Lorsqu'on a procédé à un ajustement d'une loi de probabilité théorique, le problème qui se pose est de savoir si cette loi s'adapte adéquate. L'examen graphique ne peut suffire, il faut pouvoir tester par le calcul la qualité de l'ajustement réalisé. Ce test d'adéquation consiste à prendre une règle de décision concernant la validité d'une hypothèse relative à l'accord global d'une distribution empirique avec une distribution théorique spécifiée à priori ou ajustée sur les observations.

Les conditions d'utilisation du test sont les suivantes :

- un échantillon aléatoire tiré dans une population A inconnue d'où sont prélevées n observations indépendantes réparties en K classes ;
- Choix d'un type de loi de distribution théorique de référence (T) dont les paramètres peuvent être fixés a priori ou bien estimés par une méthode efficace.

3.2 Statistique *Khi²*

Comme critère de comparaison, la variable χ^2 est utilisée pour un risque $\alpha = 5\%$ et un nombre de degré de liberté $\gamma = K - 1 - m$,

avec :

K = nombre de classes

m = nombre de paramètres de la loi

$$\chi^2_{cal} = \sum_{i=1}^{k} \frac{(n_i - \mu_i)^2}{\mu_i} \qquad (4.72)$$

où : n_i : nombre d'observations contenues dans la classe i

μ_i : nombre d'observations théoriques calculés dans la classe i.

Ce nombre doit être supérieur ou égal à 5.

χ^2 est une variable aléatoire qui peut varier de 0 à ∞.

On pose l'hypothèse nulle Ho : Est que la loi de distribution de fréquence théorique P ajuste la courbe ou droite expérimentale F ?

$Ho : P = F$ contre $H_1 : P \neq F$

Pour que $P = F$ soit vérifiée, il faut que :

$$\chi^2_{calculée} < \chi^2_{théorique} \quad \text{soit} \quad \sum_{1=1}^{k} \frac{(n_i - \mu_i)^2}{\mu_i} < \chi^2_{(1-\alpha)\gamma}$$

Une autre interprétation du $\chi^2_{calculée}$ peut être faite :

Si $\chi^2_{calculée} = 0$ c'est-à-dire si le nombre de valeurs observées est égal au nombre de valeurs théoriques, l'ajustement est parfait et la loi théorique suit exactement la répartition des fréquences.

Si $P(\chi^2_{calculée}) > 5\%$, l'ajustement est à considérer

Si $P(\chi^2_{calculée}) < 1\%$, l'ajustement est à rejeter, la loi considérée n'est pas adéquate.

Si $1\% < P(\chi^2_{calculée}) < 5\%$, on ne peut rien conclure, il faut refaire le calcul en modifiant le nombre de classes.

Exemple 4.5

On se propose de tester l'ajustement de la loi de Gauss aux pluies annuelles de la station de Ménaceur.

Données : Voir Tableau 3.1

L'ajustement : Voir exemple 4.1

Procédé de calcul (Tableau 4.2)

Tab. 4.2 Procédé de calcul du Test de Pearson

Classe : K	n_i	u_1	u_2	$F(u_1)$	$F(u_2)$	$F(u_1) - F(u_2) = P_i$	$n^*P_i = \mu_i$	$n_i - \mu_i$	$(ni-\mu_i)^2$	$(ni-\mu_i)^2/\mu_i$
300-500	6	-2,02	-0,71	0,023	0,239	0,216	6,264	-0,264	0,070	0,01
500-600	6	-0,71	-0,06	0,239	0,477	0,238	6,902	-0,902	0,814	0,12
600-700	8	-0,06	0,59	0,476	0,722	0,246	7,134	0,866	0,750	0,11
700-900	9	0,59	1,90	0,722	0,971	0,249	7,221	1,779	3,165	0,44
Somme	29									0,67

Nombre de Degré de liberté : $\gamma = K\text{-}1\text{-}m = 4 - 1 - 2 = 1$

$m = 2$ dans le cas de la loi de Gauss

$\chi^2_{calculée} = 0{,}67$ pour $P = 1\text{-}\alpha$

Sur la table de Pearson (Annexe 2), $\chi^2_{théorique} = 3{,}84$ pour $\alpha = 5\%$

$\chi^2_{calculée} < \chi^2_{théorique}$: L'adéquation de la loi est bonne autrement dit l'ajustement est bon pour une probabilité 1-α soit 95 %.

Une autre façon d'interpréter ce test :

Puisque la probabilité du $\chi^2_{calculée}$ est comprise entre :

$$0.50 < P(\chi^2_{calculée}) < 0.30$$ donc supérieure à 5 %,

L'ajustement de la loi de Gauss aux précipitations annuelles est à considérer.

Chapitre cinquième : HYDROMETRIE

La science qui s'occupe de la mesure des débits et de sa variation dans le lit d'une rivière ou d'un oued s'appelle *Hydrométrie.*

La mesure de débit est le seul élément intervenant dans a détermination du bilan hydrologique d'un bassin versant qui puisse être mesurée dans son ensemble avec une bonne précision.

Le débit Q (m^3/s) passe dans une section de mesure est défini par :

$$Q = V_m \cdot S \qquad (5.1)$$

Avec :

V_m : Vitesses moyenne (m/s)

S : Surface de la section mouillée (m²/s)

I. MESURE DE DEBIT

1.1 Jaugeage au moulinet

Cette méthode consiste à explorer le champ des vitesses en travers de laquelle, le débit liquide est mesuré avec un moulinet (Fig. 1 et 2).

Le choix de la section doit répondre à certaines conditions :

- filets liquides doivent être parallèles entre eux (pas de remous)
- vitesse suffisante et constante dans le temps pour une même hauteur d'eau (écoulement permanent).

1.1.1 Procédé de mesure

La section de mesure doit être perpendiculaire à la direction de l'écoulement. Un certain nombre de verticales est défini sur la largeur de la rivière et sur chaque verticale, un certain nombre de profondeurs est identifié (Fig. 5.2).

Pour chaque profondeur de chacune des verticales, la vitesse de courant est déterminée grâce à l'étalonnage du moulinet (la vitesse est étalonnée par le fournisseur), elle tient compte du nombre de tours par seconde de l'hélice au moment où celle-ci entre en contact avec le tirant d'eau (Fig. 5.3).

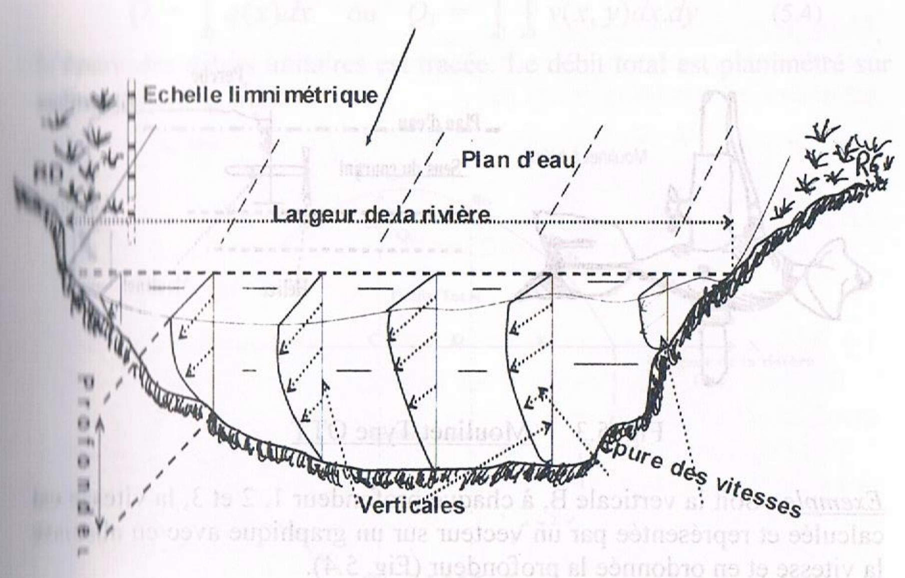


Fig. 5.1 Schéma général de mesure de débit

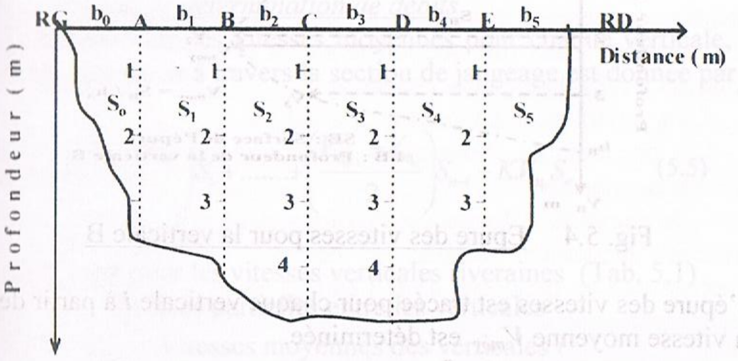


Fig. 5.2 Section de mesure

1.1.2 Procédé de dépouillement

Méthode graphique

Sur un graphique, au niveau de chaque verticale, chacune des vitesses est représentée par un vecteur horizontal dirigé dans le sens du courant et dont la grandeur est proportionnelle à la vitesse ponctuelle considérée.

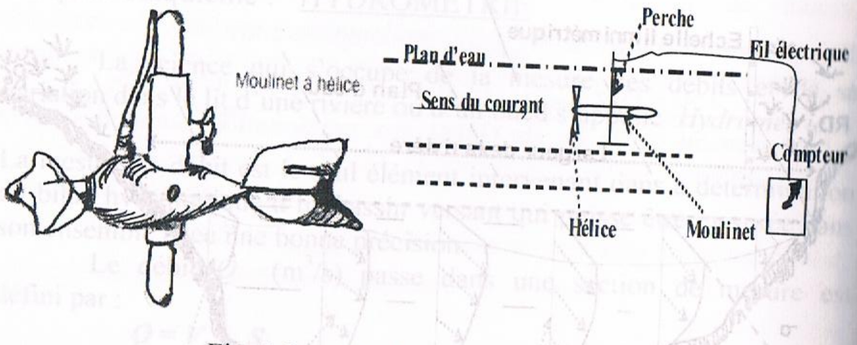


Fig. 5.3 Moulinet Type OTT

Exemple : Soit la verticale B, à chaque profondeur 1, 2 et 3, la vitesse est calculée et représentée par un vecteur sur un graphique avec en abscisse la vitesse et en ordonnée la profondeur (Fig. 5.4).

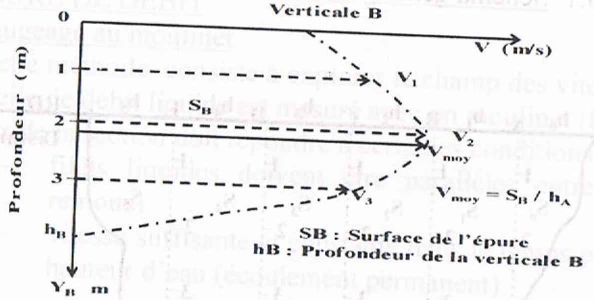


Fig. 5.4 Epure des vitesses pour la verticale B

L'épure des vitesses est tracée pour chaque verticale *i* à partir de laquelle la vitesse moyenne V_{moy} est déterminée.

$$V_{moy,i} = \frac{S_i}{h_i} \qquad (5.2)$$

Le planimétrage de l'épure des vitesses permet de donner le débit unitaire q_i ou le débit par mètre linéaire.

$$q_i = \int_0^y v(y)\,.dy \quad \textbf{avec} \quad q_i = V_{moy,i}\,.\,h_i \qquad (5.3)$$

Le débit total Q_T de la section de mesure est obtenu en sommant les débits unitaires des différentes verticales sur toute la section de mesure, soit :

$$Q_T = \int_0 q(x)dx \quad \text{ou} \quad Q_T = \int_0^x \int_0^y v(x,y)dx.dy \qquad (5.4)$$

L'épure des débits unitaires est tracée. Le débit total est planimétré sur cette épure (Fig. 5.5).

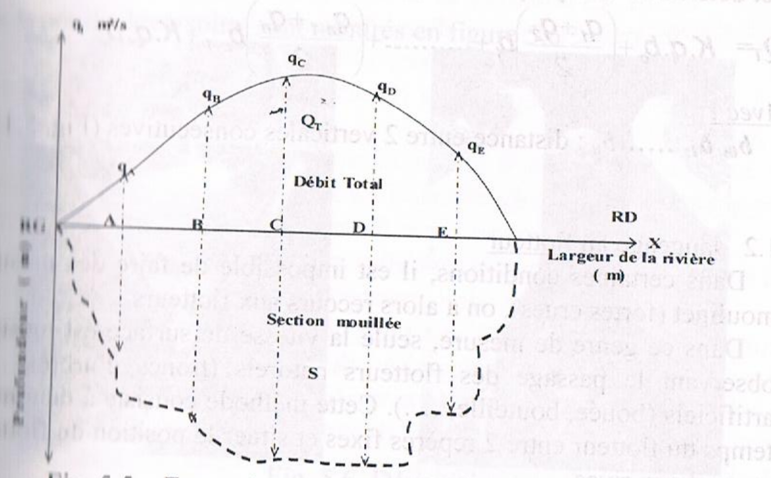


Fig. 5.5 Epure des débits unitaires

Méthode analytique de détermination de débits

Après avoir déterminé les vitesses moyennes pour chaque verticale, le débit total Q_T qui passe à travers la section de jaugeage est donnée par :

$$Q_T = KV_{m_1}S_0 + \left(\frac{V_{m_1}+V_{m_2}}{2}\right)S_1 + ...+\left(\frac{V_{m_{n-1}}+V_{m_n}}{2}\right)S_{n-1} + KV_{m_n}S_n \qquad (5.5)$$

Avec :

K : Coefficient pour les vitesses verticales riveraines (Tab. 5.1)

$S_0, S_1, ...S_n$: Surfaces partielles entre les verticales

$V_{m_1}, V_{m_2} ......V_{m_n}$: Vitesses moyennes des verticales *i*

Tab. 5.1 Valeurs du coefficient ***K***

K	Caractéristiques des berges
0.5	Existence d'un espace mort
0.7	Bord en pente douce
0.8	Bord escarpé ou mur inégal (pente raide)
0.9	Mur plat

Méthode grapho-analytique

Les vitesses moyennes et les débits unitaires étant calculés, le débit total est déterminé analytiquement par :

$$Q_T = K.q.b_o + \left(\frac{q_1+q_2}{2}\right)b_1 + \ldots\ldots\ldots + \left(\frac{q_{n-1}+q_n}{2}\right)b_{n-1} + K.q_n.b_n \qquad (5.6)$$

Avec :

$b_0, b_1, \ldots\ldots b_n$: distance entre 2 verticales consécutives (Fig. 5.1).

1.2 Jaugeage au flotteur

Dans certaines conditions, il est impossible de faire des mesures au moulinet (fortes crues), on a alors recours aux flotteurs.

Dans ce genre de mesure, seule la vitesse de surface est mesurée en observant le passage des flotteurs naturels (troncs d'arbres,…..) ou artificiels (bouée, bouteille, ….). Cette méthode consiste à déterminer le temps du flotteur entre 2 repères fixes et situer la position du flotteur par rapport aux rives.

1.3 Jaugeage chimique

La méthode consiste à injecter dans une section d'une rivière, une solution concentrée d'un produit chimique (traceur) C avec un débit q et rechercher dans une section avale la proportion dans laquelle cette solution a été diluée par la rivière c.

Cette méthode n'est valable que s'il y a :

- un mélange homogène donc une turbulence active dans le secteur de mesure ;
- le choix du colorant est très important et doit répondre à certains critères : facilement soluble, ni corrosif, ni toxique, facile à doser, n'existe pas au préalable dans l'eau de la rivière et des concentrations comparables, ne se décolore pas et ne se détruit pas.

Les produits les plus utilisés sont le nitrate de sodium, le sulfate de manganèse, la rhodamine, le bichromate de soude.Il existe aussi certains traceurs radioactifs.

Le débit Q est calculé par :

$$Q = q \cdot \frac{C}{c} \qquad (5.7)$$

1.4 Jaugeage par déversoir

Le calcul du débit se fait par les formules ciassiques de l'hydraulique. Il existe divers types de déversoir.

- jaugeage par réservoir étalonné ;
- jaugeage par déversoir à paroi mince ;
- jaugeage par orifice calibré non noyé.

Deux types de déversoirs sont montrés en figure 5.6 :

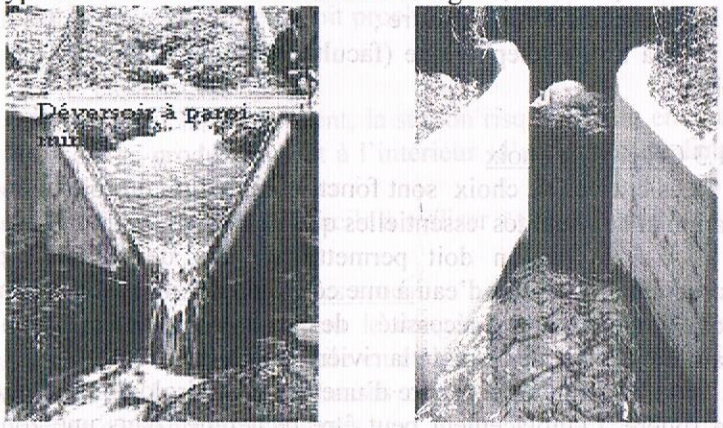


Fig. 5.6 Déversoirs

II LES STATIONS DE JAUGEAGE

2.1 Identification de la station

2.1.1 Définition

Elle est définie comme étant l'ensemble des dispositifs utilisés en un point du cours d'eau pour permettre d'en déterminer le débit à tout instant à partir du repérage du niveau de l'eau à un limnimètre fixe ou mieux à partir de l'enregistrement limnigraphique des variations du niveau comptées depuis une origine quelconque repérée sur le limnimètre (Fig. 5.7).

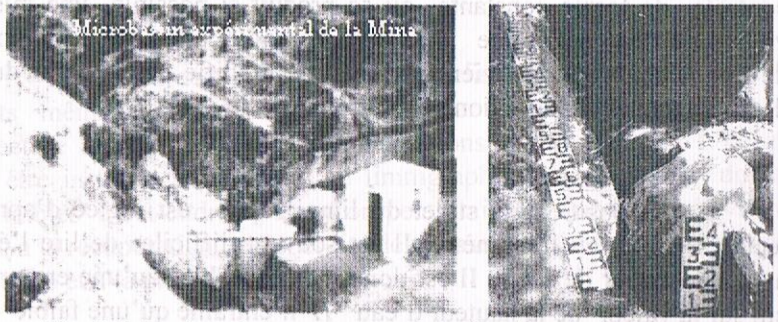


Fig. 5.7 Station de jaugeage et échelles limnimétriques

2.1.2 Eléments constitutifs

La station hydrométrique est composée de :

- le ou les sections de contrôle ;
- le ou les limnimètres et limnigraphes (Fig 5.7);
- les puits, les prises d'eau, la guérite de protection ;
- les appareils de mesure ;
- la traille téléphérique (facultative) pour la mesure des grands débits.

2.1.3 Critères de choix

Les critères de choix sont fonction du but ou du rôle que va jouer la station et des qualités essentielles que l'on exige d'elle :

- si la station doit permettre l'étude des débits pour la construction d'une prise d'eau à une côte bien définie, l'emplacement est presque imposé par la nécessité de mesurer les débits d'un bassin versant très voisin de celui de la rivière à la prise envisagée.
- s'il s'agit au contraire d'une étude hydrologique d'une partie de la rivière, l'emplacement peut être recherché dans une zone assez étendue.

Sur cartes topographiques, par photo aériennes, par avion et avec la collaboration des autorités locales, on opte pour le choix définitif du site. Parmi ces critères de choix, nous avons :

- La fidélité

Quelque soit les perturbations qui peuvent exister au niveau de la station, il faut que la relation *Q(H)* soit univoque. Son contrôle exige de nombreux jaugeages à différentes périodes de l'année (crue, étiage), dont les déplacements sont coûteux.

Cette fidélité ne peut être obtenue que si la section de mesure et la pente restent invariables. Pour cela, il faut rechercher une section de contrôle de forme constante où se produit si possible une mise en vitesse de l'eau suffisante pour qu'une modification même importante de l'écoulement de la rivière à l'aval ne modifie pas la côte du plan d'eau en amont de la section de contrôle.

- La sensibilité

La position du stylet du limnigraphe est réglée d'après les lectures faîtes au limnimètre. Il est souvent difficile de lire l'échelle avec une erreur de 1 cm. Il est donc indispensable qu'une erreur de 1 cm sur la valeur de la hauteur d'eau *H* n'entraîne qu'une faible erreur sur l'évaluation du débit *Q*. Cette condition est faiblement obtenue pour les faibles débits.

- L'accessibilité

La station doit être accessible en toutes saisons et pendant les crues. Il est souhaitable qu'elle soit proche des habitations.

- L'envasement

La rivière charrie souvent, la station risque d'être envasée ou affouillée. Ceci se produit surtout à l'intérieur d'un coude ou dans une zone trop calme; ce qui est à éviter.

Le curage de la station doit être facile à réaliser à tout moment.

- La protection contre les crues

On sous estime souvent le danger des crues surtout si la reconnaissance du terrain s'est faite en étiage .Ainsi, il faut connaître le comportement de la station en basses eaux et en hautes eaux pour déterminer les courants et les remous.

Il faut placer le puits du limnigraphe hors d'atteinte directe des corps flottants et lui donner une hauteur suffisante pour que toutes les eaux ne l'atteignent pas. Pour cela, il faut :

- consulter les archives ;
- interroger les riverains âgés ;
- majorer la hauteur d'eau maximale connue.

- La possibilité de jaugeage

Il faut toujours envisager la possibilité de jaugeage à différents débits au moment du choix de l'emplacement de la station.

Il est préférable que les jaugeages soient faits à l'emplacement même de la station limnigraphique.

- La facilité de lecture d'échelle

La lecture d'échelle doit être facile, précise pour tous les débits même en période sévère d'étiage, sur un plan d'eau calme.

La lecture doit correspondre aux indications du limnigraphe. L'échelle doit être installée à proximité du limnigraphe où les vitesses doivent être faibles à cet endroit , sinon on peut craindre que les surélévations dues à la récupération de l'énergie de vitesse ne soient pas les mêmes à l'échelle et à la prise d'eau du puits .

2.1.4 La section de contrôle

L'allure de la courbe de tarage $Q(H)$ résulte des caractéristiques hydrauliques et topographiques de la rivière aux abords de la station. Les sections de contrôle peuvent être naturelles ou artificielles.

- Lits naturels

La section idéale doit répondre aux conditions suivantes:

- forme rigoureusement immuable ;
- condition d'écoulement non modifié par des corrections du lit ou de l'écoulement à l'aval ;
- pente de la ligne d'eau est toujours la même pour un débit donné à l'amont.

La formule du débit est :

$$Q = K\left(H - H_o + \frac{V_o^2}{2g}\right)^n \qquad (5.8)$$

K et n sont des paramètres dépendant de la forme géométrique de la section et de V_o.

V_o : Vitesse moyenne d'approche dans la section où on mesure H

H_o : Repère de hauteur d'eau à débit nul

La vitesse varie avec la pente et est fonction de la $\sqrt{I}$, donc le terme $V_o^2/2g$ reste faible devant le terme $H - H_o$.

Si $V_o = 1$ m/s on a $V_o^2/2g = 0.05$ m

Si $V_o = 3$ m/s on a $V_o^2/2g = 0.45$ m

Ainsi, il faut s'arranger à ce que la pente en amont d'un seuil soit toujours faible.

Dans la section de contrôle, l'écoulement au droit de la station est réglé par la pente du fond et les caractéristiques géométriques de la rivière sur un tronçon situé à l'aval du point de mesure de la hauteur.

En régime permanent, l'écoulement peut se traduire par une formule du type STICKLER - MANNING .

$$Q = 1/\eta \quad S \; R_H^{2/3} \; I^{1/2} \qquad (5.9)$$

η : coefficient de frottement variant en pratique de 20 pour les rivières à berges très accidentées et recouvertes d'arbres et 80 pour des canaux dont les berges sont recouvertes de béton lisse.

Les valeurs les plus fréquentes pour les rivières sont :

$$25 < 1/\eta < 40$$

Dans ce cas, on recherche des tronçons réguliers, des alignements droits, des zones où le lit de la rivière est unique.

Pour le tronçon de contrôle, il faut éviter :

- à proximité d'un confluent
- à proximité d'une drague
- zone d'avalanche, accumulation naturelle des neiges
- à proximité de poubelles publiques
- vérifier que des moulins, des égouts ou des scieries n'influencent pas le débit de la rivière à l'emplacement choisi.

- Sections de contrôle artificielles

Si les conditions naturelles ne sont pas réunies, pour éviter le détarage fréquent, on peut reconstituer artificiellement les conditions idéales par la construction de déversoirs et des jaugeurs à ressaut.

2.1.5 Limnimètres et limnigraphes

Ceux sont les éléments de base des dispositifs de lecture et d'enregistrement du niveau d'eau, c'est le seul repère fixe immuable.

- *non enregistreurs*

C'est une échelle verticale ou inclinée placée prés de la prise d'eau du limnigraphe (Fig. 5.7).

Le zéro de l'échelle doit être placé au dessous des plus basses eaux possibles dans les conditions de creusement maximal du lit dans la section de contrôle.

- *Appareils enregistreurs ou codeurs*
  - limnigraphes à retourne du stylet
  - limnigraphes à déplacement du stylet par mouvement d'horlogerie
  - limnigraphe analogique pneumatique…

III. TARAGE DES STATIONS ET COURBES D'ETALONNAGE

Un bon tracé d'une courbe de tarage $Q(H)$ exige un minimum de 7 jaugeages bien répartis, chose qui n'est pas facile à obtenir car on ne sait jamais quand la crue arrive. Les essais de tracé de la courbe de tarage par ordinateur conduit souvent à des résultats décevants.

Pour tracer la courbe de tarage, il faut utiliser mémoire et intelligence pour apporter en fonction des caractéristiques hydrauliques et topographiques de la section, quelques retouches.

Lorsque la courbe a été tracée dans la zone des jaugeages, deux problèmes peuvent se poser:

- l'établissement d'un barème d'étalonnage ;
- l'extrapolation pour les débits supérieurs au maximum jaugé ou au minimum mesuré.

3.1 Tarage de la station et établissement d'un barème

3.1.1 Tarage

Le barème donne pour chaque cm d'eau, le débit Q, cm par cm. Ce tarage peut être fait à main levée ou à partir d'un modèle mathématique approprié. La courbe de tarage est souvent définie par une équation du type polynomial :

$$Q = Q_o + a\,H + b\,H^2 + c\,H^3 \quad ; \qquad (5.10)$$

Système de 3 équations linéaires utilisant 4 couples de valeurs $Q - H$; ou du type puissance $Q = K\,(H - H_o)^{\,n}$ où H_0 représente la hauteur à débit nul et a, b et c des coefficients d'ajustement.

3.1.2 Extrapolation de la courbe de tarage

Il est très risqué d'extrapoler une courbe de tarage au delà des valeurs mesurées (surtout pour les crues). Les débits d'étiage, plus durables et plus faciles à mesurer sont mieux connus. On se heurte souvent à une dispersion des résultats du fait de la sensibilité des sections naturelles de jaugeages en basses eaux.

Cependant, certains procédés analogiques ou numériques peuvent être utilisés.

- Extrapolation analogique

On peut extrapoler $Q(H)$ ou une courbe caractéristique comme $V_{moy}(H)$ dans laquelle V_{moy} est la vitesse moyenne de la section de contrôle dont on connaît la section mouillée et la courbe $S(H)$.

Cependant, il reste très risquer d'extrapoler la courbe de tarage .On doit toujours examiner rigoureusement les lieux et les écoulements avant d'entreprendre les tracés ou les calculs sur ordinateurs surtout en période de crues.

- la courbe de tarage peut être extrapolée en utilisant soit des coordonnées linéaires soit des coordonnées logarithmiques en travaillant directement sur les débits ou au contraire sur les vitesses :

Débit = section mouillée x vitesse moyenne $=S \times V_{moy}$

On peut connaître le profil en travers de la rivière et calculer la vitesse moyenne $V_{moy} = f(H)$.

La courbe de tarage peut être extrapolée en utilisant :

- soit la relation $Q(H)$ en coordonnées linéaires ou logarithmiques (Fig 5.8).

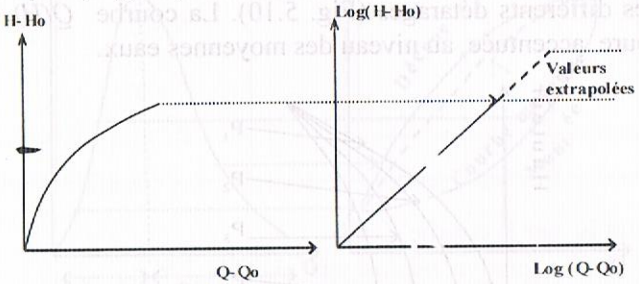


Fig 5.8 Procédé d'extrapolation

- Soit la relation $V_{moy}(H)$: le débit étant la section mouillée par la vitesse moyenne.

On peut déterminer le profil en travers et calculer la vitesse moyenne pour extrapoler $V_{moy} = f(H)$

Remarques :

Dans la réalité, on a jamais trouvé des vitesses qui dépassent 6m/s même pour les crues les plus catastrophiques ; donc en extrapolant la vitesse, il faut tenir compte de cette valeur pour ne pas avoir des résultats erronés.

Très souvent Q, V et S sont tracés sur un même graphe (Fig 5.9).

Un examen visuel est toujours obligatoire. En général les jaugeages des plus hautes eaux sont plus ou moins alignés et la courbe $Q(H)$ est souvent univoque.

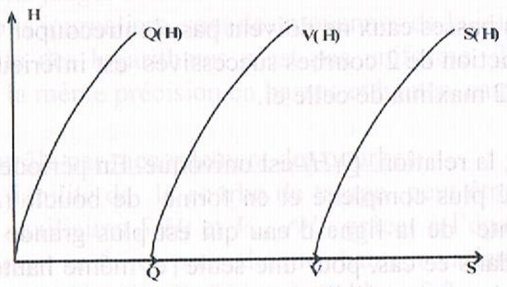
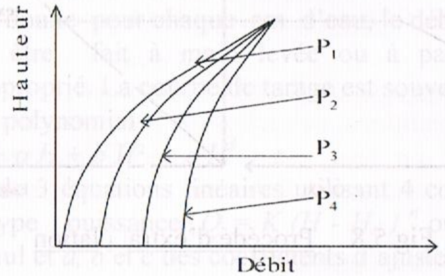


Fig. 5.9 Courbes auxiliaires

En basses eaux, on a un faisceau de courbes correspondant chacune d'elle à une période, une saison, ... et représentent souvent l'état d'un lit (érosion ou dépôt) qu'il convient de connaître par la comparaison de profils en travers lors des jaugeages.
Un agrandissement graphique des basses eaux est recommandé pour vérifier les différents détarages (Fig. 5.10). La courbe $Q(H)$ présente une courbure accentuée au niveau des moyennes eaux.



P_1, P_2 . . . :Période de validité

Fig. 5.10 Différentes courbes de tarage

Le tracé de la courbe $Q(H)$ en hautes eaux et en basses eaux obéit à certains principes, à savoir : .

- le tracé des courbes des basses eaux est ajusté en fonction de l'allure générale de la courbe des hautes eaux (courbe interannuelle) et de l'analyse des courbes auxiliaires :

$$S=f(H) \text{ et } V_{moy} = f(H)$$

- le tracé ne doit pas comporter des cassures sauf pour les sections artificielles de débordement sur les terrasses ou toute augmentation minime de la hauteur est suivie d'une augmentation rapide des débits (Dans ce cas , la courbe $Q = f(H)$ a tendance à devenir parallèle à l'axe des débits).
- les courbes en basses eaux ne doivent pas s'entrecouper
- le point de jonction de 2 courbes successives est inférieur ou égal au plus petit des 2 maxima de celle ci.

A chaque période, la relation $Q(H)$ est univoque. En période de crues, le tracé est en réalité plus complexe et en forme de boucle (S) due à la différence de pente de la ligne d'eau qui est plus grande en montée qu'en décrue. Et dans ce cas, pour une seule et même hauteur, le débit mesuré à la montée est supérieur au débit jaugé à la décrue. Ainsi, on simplifie le tracé par une courbe moyenne passant généralement, non pas par le milieu de la courbe mais plus rapprochée de la décrue (Fig. 5.11).

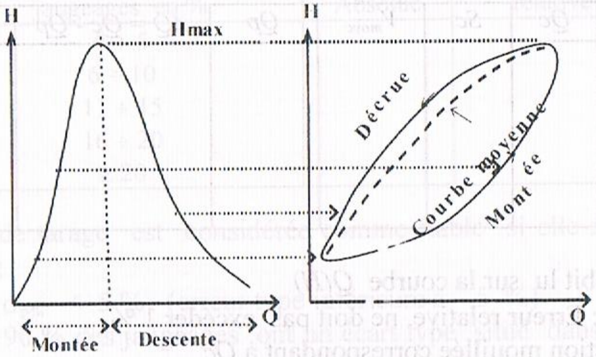


Fig 5.11 Courbe moyenne en période de crue

3.2 Contrôle du tarage

3.2.1 Contrôle visuel

Actuellement, le contrôle de la qualité s'effectue de la manière suivante :

- les débits journaliers calculés d'après les barèmes des courbes de tarage et les données limnimétriques permettent de construire l'hydrogramme annuel (les débits sont portés en échelle logarithmique à cause de leur amplitude.
- les jaugeages sont portés sur l'hydrogramme .La fiabilité du tarage est jugée visuellement en fonction de l'écart des débits jaugés par rapport aux débits calculés.

Ce procédé est insuffisant et imprécis en hautes eaux car :

- les débits jaugés sont des valeurs instantanées ;
- les débits journaliers sont des moyennes de la journée ;
- l'échelle des logarithmes n'est pas uniforme, il est difficile de garder la même précision en basses et hautes eaux.

3.2.2 Contrôle par raccordement des courbes

La fiabilité de la courbe de tarage peut être vérifiée à l'aide des courbes auxiliaires $S(H)$ et $V_{moy}(H)$, grâce à l'égalité $Q = S\,V_{moy}$. Ce contrôle peut se faire pour chaque hauteur variant de 10 à 10 cm par exemple, et présenté sous forme de tableau 5.2.

Tableau 5.2 Contrôle par raccordement des courbes

Station : Oued :				Code: Période :		
H cm	Qc	Sc	V_{moyc}	Qp	$\Delta Q = Qc - Qp$	$\Delta Q/Qc$
10						
20						
30						
H_{max}						

Qc : Débit lu sur la courbe $Q(H)$

$\Delta Q/Qc$: Erreur relative, ne doit pas excéder 1 %.

Sc : Section mouillée correspondant à Qc

Vm_{oyc} : Vitesse moyenne correspondante à Sc

(Ces 2 dernières sont tirées d'après les courbes $S(H)$ et $V_{moy}(H)$

3.2.3 Contrôle statistique

Les jaugeages ayant servi à l'élaboration de la courbe $Q(H)$ constituent un échantillonnage. La fiabilité du tarage peut être estimée au moyen de l'erreur type.

Pour la loi normale, l'erreur type pour une probabilité de 50 % est calculée de la manière suivante (tableau 5.3) :

Tab. 5.3 Contrôle statistique

Station : Oued :				Code : Période :			
Jaugeage			Barème	$\Delta Q = Q_j - Q_b$	$\Delta\sigma = \Delta Q/Q_j$	$\Delta\sigma^2$	$\sigma_{p\%} = 0.674\ \sigma_{Qj}$
N°	H	Q_j	Q_b				

Avec Qj : débit jaugé et Qb : débit déterminé à partir des barèmes

La variation de l'erreur relative peut constituer une distribution de fréquence qui peut-être classée et analysée (Tab. 5.4).

Tab. 5.4 Distribution de fréquence

Tranches des écarts types de jaugeages en %	Fréquence Absolue	Fréquence relative
0 ÷ 5		
6 ÷ 10		
11 ÷ 15		
16 ÷ 20		
≥ 20		

La courbe de tarage est considérée comme fiable si elle répond aux conditions :

- $\sigma_{p\%} < 5\ \%$ (erreur type inférieure à 5 %)
- 90 % des jaugeages ont un écart type situé dans la tranche 0 ÷ 5 ou 0 ÷ 10

3.2.4 Périodes de validité

La courbe de tarage est valable pour une période bien définie. Les dates coïncident avec le détarage du cours d'eau. Après une crue, ayant provoquée un détarage, on considère la journée du pic comme date de fin de validité de la courbe en cours et la journée du lendemain comme date de début de validité de la courbe suivante.

3.2.5 Tarage en l'absence de relation Hauteur - Débit

En étiage la relation Q(H) est difficile à construire ou inexistante . Dans ce cas, les débits journaliers se calculent avec d'autres procédés.

- Procédé de STAWT
- Méthode des débits directs
- Méthode des verticales indépendantes

- Procédé de STAWT

Il est appliqué aux basses eaux lorsque les petites crues trop fréquentes déforment continuellement le fond du lit (Dispersion importante sur le graphe Q(H)).

Le nuage de points est pondéré par une courbe unique appelée courbe standard (Fig. 5.12) dont le tracé s'effectue en suivant l'allure générale des courbes déjà tracées.

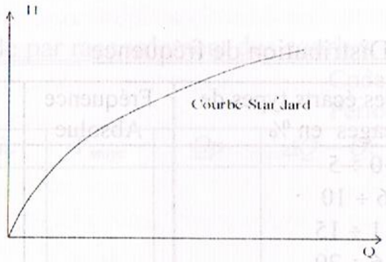


Fig. 5.12 Courbe standard

On suppose que la dispersion des points est faussée à cause de l'instabilité du lit, à qui on apporte des corrections ; on peut obtenir une courbe uniforme. On détermine l'écart $\Delta H = H_1 - H_2$ de chaque point par rapport à la courbe standard où H_1 *est* la hauteur jaugée et H_2 la hauteur lue sur *Q(H)*.

ΔH est le correctif de STAWT. Il est positif pour tout point situé au dessus de la courbe et négatif pour tout point situé en dessous de la courbe (Fig 5.13).

On construit le graphique $\Delta H = f(T)$ où T est la date du jaugeage en tenant compte de la chronologie des hauteurs d'eau observées (à partir duquel sont tirés les écarts journaliers ± *ΔH*).

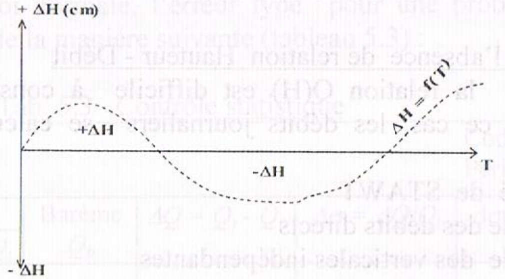


Fig . 5.13 Procédé de Stawt

Les hauteurs observées sont corrigées par :

$$H_{corrigée} = H_{observée} \pm \Delta H \qquad (5.11)$$

En portant les hauteurs d'eau corrigée sur la courbe standard, on définit les débits correspondants comme il est montré dans le tableau 5.5.

Tab. 5.5 Calculs des débits journaliers par le procédé de STAWT

Station : Oued :		Code :	Période:	
Date	Hauteur cm	Correctif de STAWT ΔH cm	Hauteur corrigée Hc = H ± ΔH	Débit journalier lu à partir de la courbe standard

- Méthode des débits directs

Ce procédé est utilisé pour les périodes de tarissement de l'oued quand l'écoulement est divisé en plusieurs bras ou lorsqu'il n'est pas en contact avec les échelles.

L'établissement d'une relation *Q(H)* est impossible. Dans ce cas, on a recours à la courbe $Q=f(T)$ où Q est le débit jaugé et T la date du jaugeage (Fig.5.14) .

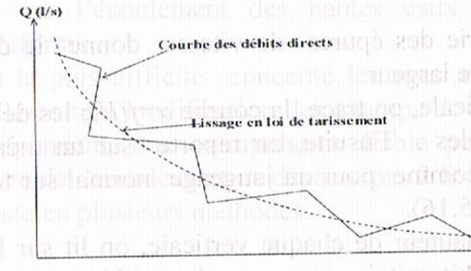


Fig. 5.14 Courbe des débits directs

Ce lissage en loi de tarissement peut s'exprimer sous la forme d'une loi exponentielle décroissante.

$$Q = Q_0 \; e^{nt} \qquad (5.12)$$

Q_0 : débit de base et t : temps en jours

- Tarage par la méthode des verticales indépendantes

Cette méthode est très utilisée lorsque les mesures des vitesses s'effectuent toujours au niveau des mêmes verticales surtout en période de crues. Le dépouillement est particulier dans ce cas :

- les paraboles des vitesses de plusieurs jaugeages (Fig. 5.15) sont construites sur une même verticale pour différentes côtes et à l'échelle (ou sur plusieurs profondeurs).

- les paraboles des vitesses de plusieurs jaugeages (Fig. 5.15) sont construites sur une même verticale pour différentes côtes et à l'échelle (ou sur plusieurs profondeurs).

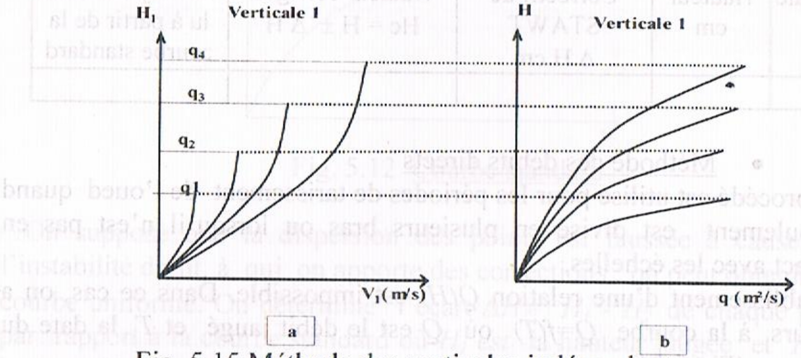


Fig. 5.15 Méthode des verticales indépendantes

La planimétrie des épures de vitesse donne le débit unitaire q (m²/s) par unité de largeur.

Pour chaque verticale, on trace la courbe $q=f(H)$; les débits unitaires de toutes les verticales . Ensuite, on reporte sur un même graphe ces débits unitaires, comme pour un jaugeage normal sur toute la largeur de la rivière (Fig 5.16).

Pour chaque hauteur de chaque verticale, on lit sur le graphe $q(H)$ (Fig 5.15b); le débit unitaire correspondant qu'on reporte dans la figure 5.16.

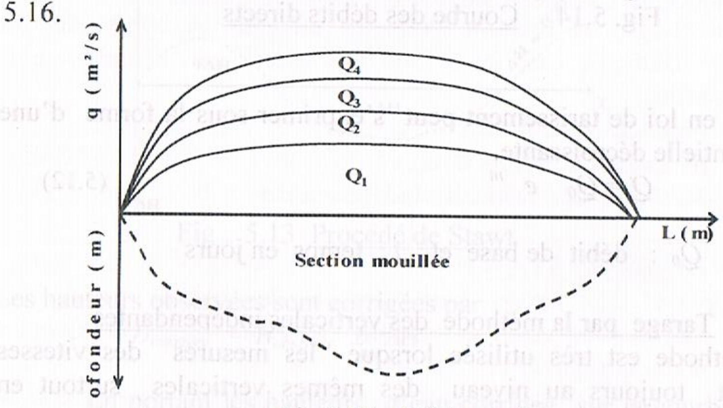


Fig 5.16 Débit total

Pour chaque débit unitaire q, on peut connaître Q correspondant et la section mouillée correspondante (Fig 5.16).

On reporte sur un même graphe tous les débits planimétrés sur la courbe $Q(H)$ pour les différentes hauteurs (Fig 5.17) pour obtenir la courbe de tarage intégrale.

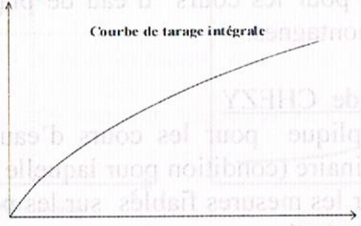


Fig. 5.17 Courbe de tarage

3.3 Extrapolation

L'extrapolation se fait sans difficulté pour les sites de jaugeages sans débordements où l'écoulement des hautes eaux est proche de l'écoulement uniforme.

L'extrapolation la plus difficile concerne les sites avec des zones de débordements avec une modification des champs de vitesses due aux inondations. Cependant, une extrapolation fiable peut se faire si la largeur de la zone de débordement ne dépasse pas 2 fois la largeur du lit principal. Il existe en plusieurs méthodes.

3.3.1 Ajustement analytique

Il peut se pratiquer pour les stations bien gérées. Les équations sont de la forme polynomiale, parabolique ou puissance:

$$Q = a_o + a_1 H + a_2 H^2 + ... + a_m H^n \qquad (5.13)$$

Dans le cas de la forme polynomiale, l'exposant n ne dépasse jamais la valeur 3.

Si n = 2, l'ajustement consiste à porter les coordonnées de jaugeage dans un système d'axe rectangulaire, à tracer Q = f (H) en pondérant le nuage de points et à rechercher l'équation de régression.

La résolution du système est un cas particulier de la forme polynomiale. Sur papier log-log, on reporte les données de jaugeage.

3.3.2 Méthode basée sur les courbes intermédiaires

Cette méthode nécessite la connaissance des profils en travers de la section de mesure jusqu'à la côte maximale observée et des mesures sur les pentes de la ligne d'eau I laissées après le passage des crues .

$$I = \frac{H_1 - H_2}{L} \quad \text{en} \quad \text{m / Km} \quad \text{ou} \quad {}^{o}/_{oo} \qquad (5.14)$$

Pour avoir une bonne précision, il faut avoir une différence de niveau d'environ 20 cm pour les cours d'eau de plaines et 40 cm pour les cours d'eau de montagnes.

3.3.3 Méthode de CHEZY

Elle s'applique pour les cours d'eau à régime proche de l'écoulement laminaire (condition pour laquelle la formule de Chezy est appliquée) et pour les mesures fiables sur les pentes de ligne d'eau. La formule de Chézy est de :

$$V_{moy} = C\sqrt{R_H . I} \qquad (5.15)$$

Avec : R_H : Rayon hydraulique
I : Pente hydraulique en ${}^{o}/_{oo}$
C : coefficient de Chezy

Pour les sections larges, on a :

$\frac{P_{moy}}{L} < 0.1$ en hautes eaux et le rayon hydraulique est proche de la profondeur moyenne (P_{moy}).

L : largeur du cours d'eau

$$\text{donc } V_{moy} = C\sqrt{R_H . I} \qquad (5.16)$$

L'extrapolation est basée sur le principe que le coefficient de Chezy est pratiquement constant pour les cours d'eau dont la profondeur est supérieure à 1 m.
Cette même constance peut être vérifiée en traçant la relation $C=f(H)$ (Fig 5.18) à partir d'informations des jaugeages qui peuvent être reportées sous forme de tableau (tab. 5.6).

Tab. 5.6 Récapitulatif des jaugeages

Jaugeage			S	V_{moy}	R_H	I	$\sqrt{R_H . I}$	$C=\frac{V_{moy}}{\sqrt{R_H . I}}$
N°	H	Q						

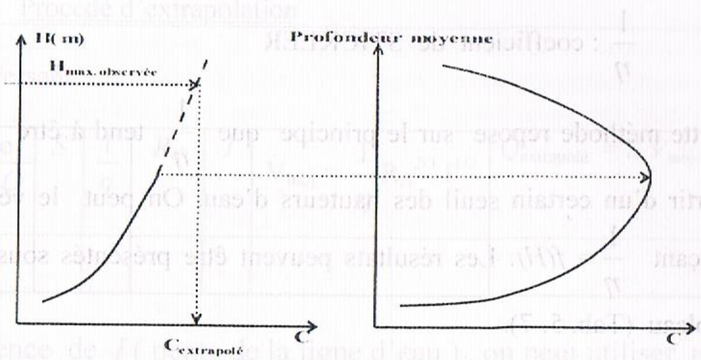


Fig. 5.18 Méthode de Chezy

La courbe $C = f(H)$ est prolongée jusqu'à la hauteur maximale observée, linéairement.
La valeur extrapolée de C tirée du graphe $C = f(H)$ permet de calculer les vitesses moyennes.

$$V_{moy} = C \sqrt{P_{moy} . I} \qquad (5.17)$$

La profondeur moyenne est extraite du profil en travers établi jusqu'à la hauteur maximale observée ainsi que la section mouillée.
Sachant que :

$$Q = S \; V_{moy} \text{ , on calcule les débits extrapolés } (Q_{extr}). \qquad (5.18)$$

$$Q_{extra} = S \; C \; \sqrt{P_{moy} . I} \qquad (5.19)$$

La pente de la ligne d'eau I peut être calculée à partir du profil en long de la rivière ou des laisses des crues après leur passage .On peut tracer $I = f(H)$ qui a les mêmes propriétés que $C = f(H)$.
Si $C = f(H)$ et $I = f(H)$ présentent des courbures ou des déviations dans leur partie supérieure, l'extrapolation par cette méthode est à rejeter.

3.3.4 Méthode de STRIKLER - MANNING

Cette méthode est appliquée dans les mêmes conditions que la méthode de Chezy, seul le coefficient change.

$$V_{moy} = \frac{1}{\eta} R_H^{1/6} \; I^{1/2} \qquad (5.20)$$

avec η : coefficient de rugosité tabulé
R_H : rayon hydraulique

$\frac{1}{\eta}$: coefficient de STICKLER

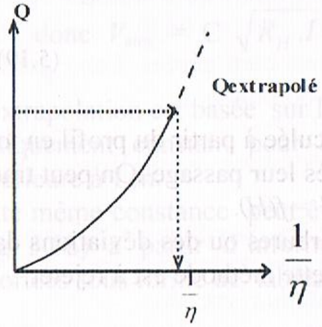
Cette méthode repose sur le principe que $\frac{1}{\eta}$ tend à être constant à partir d'un certain seuil des hauteurs d'eau. On peut le vérifier en traçant $\frac{1}{\eta} = f(H)$. Les résultats peuvent être présentés sous forme de tableau (Tab. 5. 7).

Tab. 5.7 Méthode de Strikler - Manning

Oued :
Bassin versant :
Station :

Jaugeage			S	V_{moy}	R_H	$R_H^{2/3}$	I	$\frac{1}{\eta} = \frac{V_{moy}}{R_H^{2/3} . I^{1/2}}$
N°	H	Q						

Si la constance de cette relation n'est pas évidente, on peut extrapoler linéairement jusqu'à la hauteur maximale observée (Fig. 5. 19).



$$Q_{extrapolé} = S.\frac{1}{\eta} R_H^{2/3} I^{1/2}$$

Fig. 5. 19 Extrapolation

I, S, R_H sont déterminés sur les profils en travers et le profil en long du cours d'eau. L'extrapolation se fait de la manière suivante (Tab. 5.8).

Tab. 5.8 Procédé d'extrapolation

Oued :
Bassin versant :
Station :

Jaugeage			S	$\frac{1}{\eta}$	R_H	I	$V_{moy} = \frac{1}{\eta} R_H^{2/3} I^{1/2}$	$Q_{extrapolé} = S\, V_{moy}$
N°	H	Q						

En l'absence de I (pente de la ligne d'eau) , on peut utiliser un coefficient K en transformant la formule de Chezy , on a :

$$V_{moy} = C \sqrt{P_{moy} I} = C \sqrt{I} \sqrt{P_{moy}} \qquad (5.21)$$

On pose : $K = C \sqrt{I}$ = constante

Les valeurs de K sont calculées d'après les données de jaugeage.

On trace $K = f(H)$. Si la partie supérieure est une droite, on la prolonge pour faire l'extrapolation jusqu'à la hauteur maximale observée, sinon l'extrapolation est à rejeter.

Dans l'extrapolation $K=f(H)$, les vitesses moyennes pour la partie extrapolée sont calculées d'après les formules

$$V_{moy} = K \sqrt{P_{moy}} \qquad (5.22)$$

et les débits pour la partie extrapolée sont :

$$Q = S\ K\ \sqrt{P_{moy}} \qquad (5.23)$$

3.3.5 Méthode du nombre de FROUDE

Le nombre de Froude traduit l'influence de la pesanteur dans les écoulements. C'est le rapport des forces d'inertie aux forces de gravité. $Fr = \frac{\alpha V_{moy}^2}{g.P_{moy}} = \frac{V_{moy}^2}{g.L}$ (5.24)

Avec : _α : Coefficient de Coriolis (souvent égal à 1) pour le tarage
L : largeur de la section de jaugeage

Si $Fr > 1$	Régime torrentiel
Si $Fr = 1$	Régime critique
Si $FR < 1$	Régime fluvial

Jelesniakov a eu l'idée d'utiliser le nombre de Froude pour l'extrapolation en hautes eaux. Il a établi la relation $Fr = f(H)$. A l'aide des jaugeages effectués en hautes eaux, on trace $Fr = f(H)$ (Tab. 5.9).

Tab. 5.9 Méthode du nombre de Froude

Jaugeage			V^2_{moy}	L	P_{moy}	$Fr_1 = \frac{V^2_{moy}}{gP_{moy}}$	$Fr_2 = \frac{V^2_{moy}}{gL}$
N°	H	Q					

La relation est linéaire, et peut être extrapolé jusqu'à la hauteur maximale observée.

On tire alors Fr_1 et Fr_2 et les vitesses moyennes correspondante (Fig. 5.19).

$$Q_{extrapolé} = S\sqrt{g.P_{moy}.Fr_1} \tag{5.25}$$

ou bien

$$Q_{extrapolé} = S\sqrt{g.L.Fr_2} \tag{5.26}$$

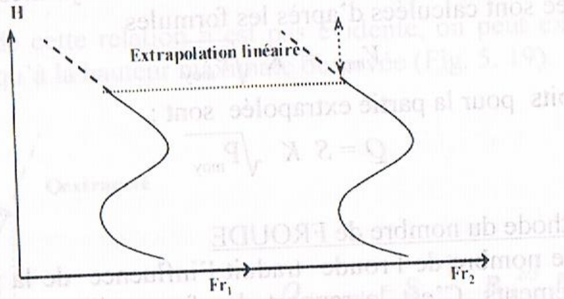


Fig 5.19 Méthode du nombre de Froude

3.3.6 Méthode de STEVENS

Cette méthode est utilisée pour les lits réguliers et rivières de plaines ayant une profondeur moyenne $P_{moy} \geq 3.5 \div 4$ m. Dans ce cas, l'écoulement est pratiquement linéaire et le rayon hydraulique est égal environ à $R_H \approx P_{moy} \approx H_{moy}$. Cette méthode est basée sur la constance de Chezy et la pente de la ligne d'eau (Tab.5.10).

Tab. 5.10 Méthode de Stevens

Jaugeage			S	P_{moy}	$S.\sqrt{P_{moy}}$
N°	H	Q			

$$Q = S\,C\,\sqrt{R_H\,I} = C\,\sqrt{I}\sqrt{R_H} \tag{5.27}$$

En posant : $C\sqrt{I} = K$

on a : $Q = K\,S\,\sqrt{P_{moy}}$ ou bien $Q = K\,S\sqrt{H_{moy}}$ (5.28)

Le débit dépend de la section mouillée S et de la profondeur moyenne P_{moy}, soit $Q = f(S, P_{moy})$.

Cette relation s'exprime par une droite dans sa partie supérieure. Les données peuvent présentées sous forme de tableau (Tab. 5.10).

L'extrapolation se fait graphiquement (Fig 5.21).

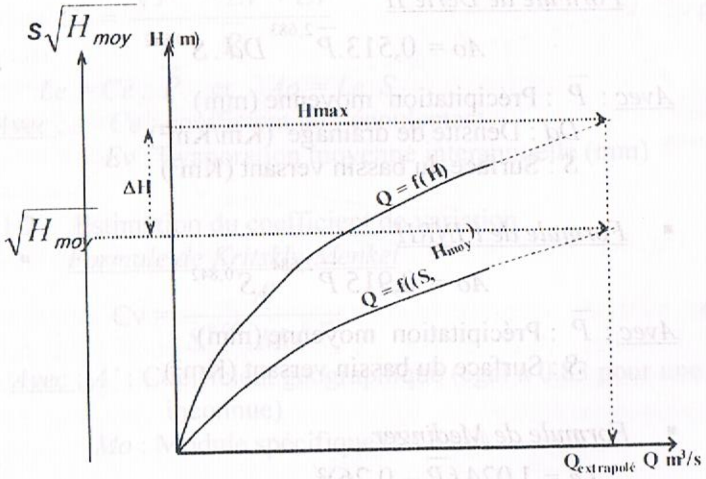


Fig. 5.21 Méthode de Stevens

Chapitre sixième: LES ECOULEMENTS

Dans la pratique, on se heurte souvent lors des dimensionnements des ouvrages à un manque de données qui sont essentielles pour les estimations des grandeurs hydrologiques. Plusieurs formules empiriques et méthodes analogiques sont utilisées, qu'on développera dans ce chapitre.

I. ESTIMATION DES CARACTERISTIQUES MOYENNES

1.1 Formules empiriques.

Il existe une plusieurs méthodes, on se contentera de donner celles qui sont le plus utilisées en Algérie.

1.1.1 Apport moyen annuel : *Ao*

- *Formule de Samie* : Elle est utilisée en Algérie entre l'isohyète 300 mm et 400 mm

$$Le = \overline{P}^2(293 - 2{,}2\sqrt{S} \quad \text{où } Ao = Le \, . \, S \qquad (6.1)$$

Avec : Le : lame d'eau écoulée (mm)
$\overline{P}$: Précipitation moyenne (mm)
S : Surface du bassin versant (Km²)

- *Formule de Derie II*

$$Ao = 0{,}513 . \overline{P}^{2{,}683} \, Dd \, . S^{0{,}842} \qquad (6.2)$$

Avec : $\overline{P}$: Précipitation moyenne (mm)
Dd : Densité de drainage (Km/Km²)
S : Surface du bassin versant (Km²)

- *Formule de l'INRH*

$$Ao = 0{,}915 \, \overline{P}^{2{,}684} . S^{0{,}842} \qquad (6.3)$$

Avec : $\overline{P}$: Précipitation moyenne (mm)
S : Surface du bassin versant (Km²)

- *Formule de Medinger*

$$Le = 1{,}024 \, (\overline{P} - 0{,}26)^2 \qquad (6.4)$$

Soit $Ao = Le \, . S$

Avec : Le : lame d'eau écoulée (mm)
$\overline{P}$: Précipitation moyenne (mm)

- *Formule de Turc*

$$Le = \overline{P} - \frac{\overline{P}}{\sqrt{0{,}9 + \dfrac{P^2}{L^2}}} \qquad (6.5)$$

où $L = 300 + 25\,T + 0.05\,T^3$

Avec : $\overline{P}$: Précipitation moyenne (mm)
T : Température moyenne annuelle en °c
L : Coefficient qui dépend de la température

- *Formule de Coutagne*

$$D = \overline{P}^2 - \lambda \overline{P}^2 \quad \text{où} \quad \lambda = \frac{1}{0{,}8 + 0{,}14\,T} \qquad (6.6)$$

Avec : D : déficit d'écoulement où $Le = \overline{P} - D$
$\overline{P}$: Précipitation moyenne (mm)
T : Température moyenne annuelle en °c

- *Formule de Tixeront*

$$Ce = \frac{\sqrt{P^3} - Ev - Ev}{\overline{P}} \qquad (6.7)$$

où $Le = Ce \, . \overline{P}$ et $Ao = Le. \, S$

Avec : Ce : coefficient de l'écoulement
Ev : Evaporation moyenne interannuelle (mm)

1.1.2 Estimation du coefficient de variation

- *Formule de Kritskly-Menkel*

$$Cv = \frac{A'}{S^{0.06} \, . \, Mo^{0.27}} \qquad (6.8)$$

Avec : A' : Coefficient géographique (égal à 0.83 pour une région inconnue)
Mo : Module spécifique (l/s.Km²)

- *Formule de Sokolovsky*

$$Cv = a - 0.063 \log_{10}(S + 1) \qquad (6.9)$$

Où : $a = 0{,}78 - 0.29 \log_{10} M_o$ (6.10)

Où : $a = 0,78 - 0.29 \log_{10} M_o$ (6.10)

Avec : **S** : Surface du bassin versant (Km²)
M_o : Module spécifique (l/s.Km²)

1.2 Méthode Analogique : méthode de l'interpolation linéaire

Elle consiste à déterminer à partir des caractéristiques des autres bassins versants, placés dans les mêmes conditions hydrologiques, les caractéristiques inconnues du bassin versant voisin.

Soit 4 bassins versants A, B, C et D, placés dans les mêmes conditions et dont nous connaissons les modules spécifiques, les coefficients de variation des bassins versants A, B et D et leurs surfaces. Le bassin versant C n'a aucune donnée en dehors de sa surface et nous souhaitons connaître ses caractéristiques à partir des 3 autres bassins (Fig. 6.1).

Les distances d'un bassin à un autre sont connues : L_{A-D} ; L_{A-E} ; L_{B-E} ; L_{B-C} ; L_{E-C}

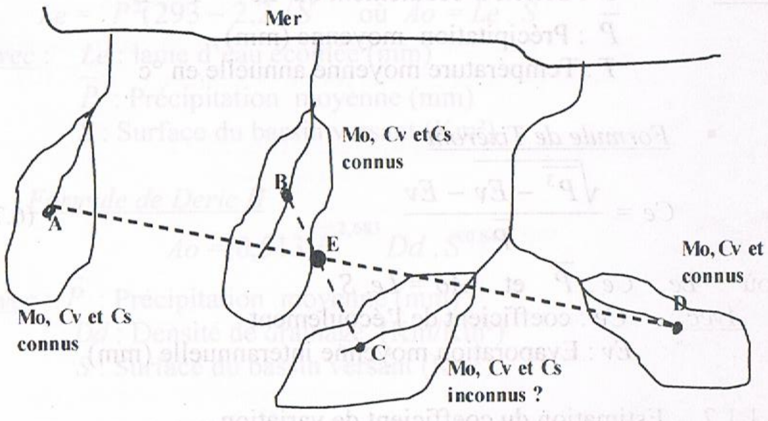


Fig. 6.1 Méthode de l'interpolation linéaire

Cette méthode nécessite la connaissance du point d'intersection en traçant 2 droites A-D et B-C s'entrecoupant en **E** (Fig. 6.1). Les distances reliant les points 2 à 2 sont mesurées à la règle sur la carte topographique, on écrira :

$$\frac{Mo_A - Mo_D}{L_{A-D}} = \frac{Mo_A - Mo_E}{L_{A-E}} \quad (6.11)$$

où Mo_E est tiré.

Connaissant Mo_E, on écrira :

$$\frac{Mo_B - Mo_C}{L_{B-C}} = \frac{Mo_B - Mo_E}{L_{B-E}} \quad (6.12)$$

où :

$$Mo_C = -(M_B - M_E)\frac{L_{B-c}}{L_{B-E}} + M_B \quad (6.13)$$

1.3 Méthode de la régression - corrélation

(Voir Chapitre III)

1.4. Méthode des quantiles : Méthode d'Aleskeev

Elle consiste à déterminer les caractéristiques empiriques d'une série hydrologique surtout quand la taille est très importante.

Sur papier à probabilité Gaussienne, les valeurs observées sont reportées. Un coefficient de courbure **S** (Annexe 3) est recherché après avoir déterminés les quantiles (valeurs expérimentales) directement sur la courbe expérimentale.

$$S = \frac{X_{5\%} + X_{95\%} - 2X_{50\%}}{X_{5\%} - X_{95\%}} \quad (6.14)$$

Avec : $X_{5\%}$, $X_{95\%}$ et $X_{50\%}$ sont les quantiles de fréquence respectivement pour 5%, 95% et 50%. Ces quantiles sont lus sur la courbe des fréquences expérimentales.

- *Détermination du coefficient d'asymétrie*

Connaissant S, sur la table de Rybkine Foster (Annexe 3), on lit le coefficient d'asymétrie C_s.

- *Détermination de l'écart type*

Celui est donné par la formule 6.15.

$$\sigma_X = \frac{X_{5\%} - X_{95\%}}{F_{5\%} - F_{95\%}} \quad (6.15)$$

$F_{5\%}$ et $F_{95\%}$ sont les valeurs de la fonction Rybkine Foster lu sur la table de Rybkine Foster respectivement pour 5% et 95% correspondant au coefficient d'asymétrie C_s.

- *Détermination de la moyenne arithmétique*

Elle est donnée par la formule 6.16.

$$\overline{X'} = X_{50\%} - \sigma_X F_{50\%} \quad (6.16)$$

- *Détermination du coefficient de variation*

$$Cv = \frac{\sigma_X}{\overline{X'}} \qquad (6.17)$$

Remarque :

Les caractéristiques empiriques de l'échantillon ne sont admissibles que si la condition 6.18 est vérifiée.

$$\overline{X} - \overline{X'} \lesssim (0.03 \div 0.05)\ \overline{X} \qquad (6.18)$$

$\overline{X}$: Moyenne arithmétique calculée par la méthode des moments.

Si cette condition n'est pas vérifiée, il faut repréciser les quantiles $X_{5\%}$, $X_{95\%}$ et $X_{50\%}$ et refaire les calculs.

II. REPARTITION INTRA-ANNUELLE DE L'ECOULEMENT

2.1. Reconstitution des écoulements

Il est possible de reconstituer la répartition intra-annuelle de l'écoulement, il suffit de connaître la contribution en pourcentage de l'écoulement durant chaque mois, à partir d'un bassin versant adjacent (Tab. 6.1).

Cette répartition est très importante en régularisation des débits et notamment dans le dimensionnement des retenues et barrages. Elle consiste à déterminer, soit en utilisant les formules empiriques en l'absence de données soit les méthodes statistiques, l'apport fréquentiel c'est-à-dire l'apport annuel pour une période de retour donnée.

Tab. 6.1 Reconstitution de la répartition intra-annuelle de l'écoulement

Mois	S	O	N	D	J	F	M	A	M	J	J	A	Total
E (%)	5	10	10	15	20	15	10	5	3	3	2	2	100
Apport mensuel *Ai = Ao.E*													Apport moyen Ao

Les caractéristiques sont connues (moyenne et coefficient de variation et coefficient d'asymétrie si possible (Tab. 6.2). Il suffit d'ajuster une loi de probabilité théorique aux séries mensuelles pour déterminer les quantiles (ex : $Q_{10\%}$, $Q_{80\%}$ ……).

Tab. 6.2 Répartition intra-annuelle et fréquentielle des débits

Année	S	O	N	D	J	F	M	A	M	J	J	A	Moy
1960/62													
1962/63													
1963/64													
.													
N													
$Q_{10\%}$													
$Q_{80\%}$													

2.2. Courbe des débits classés

En dehors du classement chronologique, la façon la plus simple d'ordonner une série de valeurs est de ranger celle-ci par ordre de grandeur croissant ou décroissant. Ce mode de classement est dit monotone utilisé souvent en Hydrologie et notamment pour tracer la courbe des débits classés sur laquelle certains débits caractéristiques égalés ou dépassés sont identifiés (Fig. 6.2), à savoir :

DcE : débit caractéristique égalé ou dépassé pendant 355 jours de l'année

Dc1, Dc3, Dc6, Dc9 : débit caractéristique égalé ou dépassé respectivement pendant 1, 3, 6 et 9 mois de l'année

DcM: débit caractéristique égalé ou dépassé pendant 10 jours de l'année

Cette courbe des débits classés n'est en fait que la courbe des fréquences expérimentales) laquelle on peut ajuster une loi de probabilité.

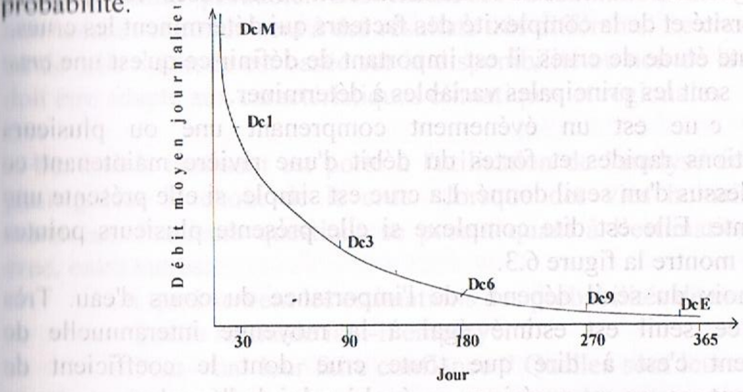


Fig. 6.2 Courbe des débits classés

III. ETUDE DES CRUES

L'intérêt économique de la détermination du débit maximal Qmax, probable d'un cours d'eau est évident en raison des effets destructifs bien connus de ces événements hydrologiques.

3.1 Généralités

De tout temps, l'estimation des crues a été un souci majeur, préoccupant tout ingénieur responsable du dimensionnement d'un ouvrage hydrotechnique.

En effet, de nombreuses ruptures de barrages sont dues à une incapacité insuffisante de l'évacuateur de crues, soit 41% de la totalité des barrages à travers le monde (exemple: Barrage de Noppikoski en Suède le 7 septembre 1985, Barrage de Spitskop en Afrique du Sud le 23 février 1988 ...).

L'étude des crues revêt une place importante dans une étude hydrologique et doit être menée avec délicatesse pour ne pas tomber dans des erreurs de sous-estimations ou de surestimations compromettant respectivement la sécurité de l'ouvrage et son environnement, entraînant des évaluations importantes quant à sa coût qui, lui même est lié à sa période de retour.

L'estimation des débits de crues et des volumes correspondants est l'étape initiale indispensable au dimensionnement rationnel des aménagements liés à la protection contre les crues et à la construction des barrages. Les méthodes d'évaluations sont nombreuses et dépendent de la diversité et de la complexité des facteurs qui déterminent les crues. Avant toute étude de crues, il est important de définir ce qu'est une *crue* et quelles sont les principales variables à déterminer.

Une crue est un événement comprenant une ou plusieurs augmentations rapides et fortes du débit d'une rivière maintenant ce débit au dessus d'un seuil donné. La crue est simple, si elle présente une seule pointe. Elle est dite complexe si elle présente plusieurs pointes comme le montre la figure 6.3.

Le choix du seuil dépend de l'importance du cours d'eau. Très souvent, ce seuil est estimé égal à la moyenne interannuelle de l'écoulement c'est à dire que toute crue dont le coefficient de l'écoulement moyen est supérieur ou égal à celui de l'écoulement moyen interannuel du cours d'eau est considérée comme crue et peut faire l'objet d'une étude précise.

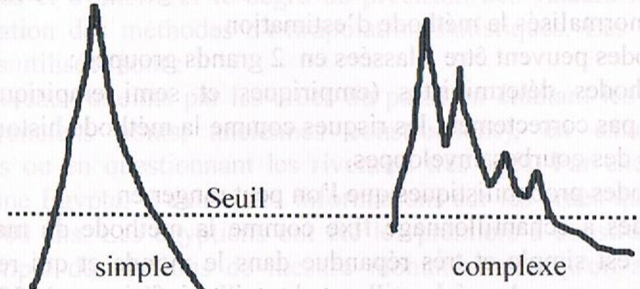


Fig. 6. 3 Crue

L'objectif de toute étude hydrologique est de déterminer pour un bassin versant donné les hydrogrammes de crues à différentes périodes de retour et de définir les débits maxima probables correspondants.

La détermination de ces hydrogrammes de crues probables ne reste pas sans difficultés quant au choix de la méthode utilisée surtout en absence de données.

La crue de projet d'un grand barrage est la crue dont l'importance et la période de retour sont choisies de telle sorte à assurer la sécurité du barrage vis à vis d'une rupture par submersion et de ses conséquences. Son choix réside dans l'évaluation de la période de retour face aux risques de submersion et de rupture de l'ouvrage. Cette crue de projet, pour un type de barrage donné doit être évacuée sans aucune difficulté par l'évacuateur dont le rôle indirect est l'étalement dans le temps de l'hydrogramme probable. Les méthodes d'estimation de crues sont nombreuses et conduisent à des résultats très différents. Le choix de telle ou de telle méthode est basée sur la disponibilité ou non de la donnée et doit être adapté aux caractéristiques climatiques et régionales.

Un intérêt croissant est porté à l'utilisation de l'analyse économique pour guider le choix de la crue lorsque des vies humaines sont menacées. Plusieurs questions se posent quant à l'estimation de cette crue, entre autres:

- A quoi servent les estimations des probabilités de crues ?
- Quelle méthode faut-il employer ?
- Peut - on leur faire confiance ? Quelles sont leurs limites de confiance ?

Le choix du débit maximum peut résulter soit d'une étude des conséquences soit il est fixé et ne doit pas être dépassé, cela dépend de l'utilisateur.

Plusieurs méthodes sont utilisées, le choix est très grand où certains pays ont même normalisés la méthode d'estimation.

Ces méthodes peuvent être classées en 2 grands groupes :

- les méthodes déterministes (empiriques et semi empiriques) qui n'évaluent pas correctement les risques comme la méthode historique et la méthode des courbes enveloppes.
- les méthodes probabilistiques que l'on peut ranger en :

. Méthodes à échantillonnage fixe comme la méthode du maximum annuel qui est simple et très répandue dans le monde et qui reste très insuffisante pour des échantillons de taille inférieure à 30. Cette méthode a été introduite par Fisher et Tippet en 1928 et reprise plus tard par Gumbel.

. méthodes hydrométéorologiques comme la méthode du Gradex mais valable que pour des bassins versants limités ($S < 20\ 000\ Km^2$) et homogènes ;

. méthodes stochastiques très utilisées pour simuler des variables complexes par la modélisation statistique du processus à l'échelle journalière et mensuelle. Cependant, elles contrôlent très mal les incertitudes

. méthodes du type renouvellement dont le principe est de probabiliser d'une part les *débits de toutes les crues* qui dépassent un certain seuil critique et d'autre part *l'occurrence d'apparition dans le temps* de ces crues pour recomposer par la suite ces deux aléas afin d'obtenir le risque annuel de dépassement d'un certain débit. L'avantage de cette méthode est de prendre en considération l'aspect temporel du processus et de mieux analyser l'information. Cette méthode peut être complétée par les crues historiques.

3.2 . Méthodes déterministes

3.2.1 Méthodes historiques

Cette méthode très ancienne repose sur l'idée qu'on ne verra jamais pire que ce qu'on a déjà vu dans un passé suffisamment répandu. Elle est toujours utilisée lorsqu'on ne dispose pas d'observations sur le débit maximum enregistré lors d'une crue exceptionnelle et où actuellement, on a tendance à l'oublier. L'information déduite des crues historiques est précieuse et constitue une banque de données très importante. C'est ainsi que l'hydrologie historique est née. Elle peut-être définie comme l'étude des crues anciennes antérieures à leur mesure directe par des techniques modernes, dont le but est de définir des crues des périodes historiques en vue de compléter les données existantes, de les comparer avec d'autres méthodes et d'améliorer le degré de précision des valeurs résultant de l'application des méthodes d'extrapolation statistiques. Les principales données utilisées sont :

- les niveaux atteints par les crues du passé en étudiant les laisses des crues (anciens ponts, anciennes constructions), en examinant les archives ou en questionnant les riverains très âgés. Par exemple dans l'ancienne Egypte, il existe des informations sur les crues qui datent de plus 1000 ans. Les égyptiens ont été les premiers à construire prés de leur temple des stations de mesure monumentales qu'on appelle des *nilomètres* dont quelques unes existent encore.

Les niveaux d'eau, par un calcul hydraulique, sont transformés en débit par une méthode d'extrapolation de la courbe de tarage sur laquelle est reportée la hauteur d'eau observée.

Les méthodes d'extrapolation de la courbe de tarage sont nombreuses et très délicates. La plupart d'entre elles sont basées sur les caractéristiques hydrauliques du cours d'eau (profil en travers, vitesse, pente de la ligne d'eau ....).

D'autres méthodes historiques existent, qui sont basées sur la sédimentologie et la géomorphologie fluviales à partir de l'étude de stratification des sédiments, de leur granulométrie et de leur datation. Ces méthodes ont permis dans certains pays (Arizona, Texas) d'estimer des débits de crues de périodes de retour exceptionnel entre 10000 ans et 60000 ans. Plusieurs approches sont proposées pour incorporer les valeurs des grandes crues exceptionnelles dans l'analyse fréquentielle des crues. La principale difficulté réside dans l'assignement d'une période de retour à la crue considérée.

3.2.2 Formules empiriques et semi - empiriques

Ces formules sont basées sur l'expérimentation ou sur certaines informations propres à certaines régions pour lesquelles elles ont été déterminées. Ces formules empiriques sont à prendre avec précaution dans le sens où si elles sont valables dans une région, elles ne le sont pas dans d'autres et donnent souvent des valeurs sous-estimées ou surestimées. Ces formules donnent :

- le débit en fonction de la surface et d'autres facteurs topographiques $Q = f(S,I,P....)$ du genre $Q = a \,.\, S^n$
- certaines formules font intervenir la période de retour $Q = f(S,T....)$

3.2.3. Courbes enveloppes

Cette méthode consiste à reporter les pointes de crues maximales observées dans une région de caractéristiques homogènes en fonction de la surface du bassin versant, permettant ainsi de tracer une courbe enveloppe des points correspondants, comme le montre la figure 2.

Francou et Rodier (1967) ont appliqué cette méthode à l'échelle mondiale et ont proposé la formule suivante:

$$\frac{Q}{Q_o} = \left(\frac{A}{A_o}\right)^{1 - K/10} \qquad Qo = 10^6\ m^3/s \ ; \ Ao = 10^8\ Km^2 \qquad (6.19)$$

K est un coefficient compris $0 < K < 6$ est fonction de divers facteurs climatiques et géographiques.

L'intérêt de ce coefficient K est que sur le graphe $\log Q = f(A)$ (Fig. 6.4), les droites K= Constante, qui sont des enveloppes de crues maximales observées dans des régions hydrologiques homogènes, convergent en un point F dont les coordonnées $A_0 = 10^8$ Km² et $Q_0 = 10^6$ m³/s représentant respectivement et approximativement la superficie totale du globe (y compris les lacs et non compris les déserts et les calottes polaires) et le débit moyen annuel de l'ensemble des cours d'eau drainant ces surfaces.

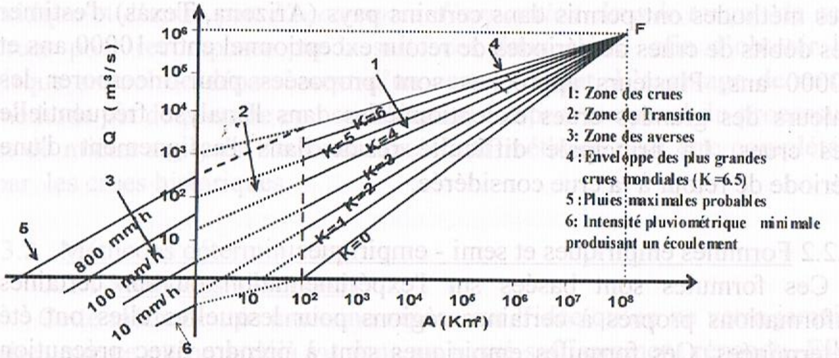


Fig. 6.4 Courbes enveloppes (Francou et Rodier)

Cette formule n'est valable que dans les zones des crues dont la limite inférieure est de l'ordre de 100 Km². En dessous de cette limite, le débit maximum de crue est de plus en plus indépendant de l'intensité pluviométrique maximale.

Dans cette zone de transition, les courbes enveloppes sont supposées se raccorder progressivement aux droites K = Constante de la zone des crues et au point d'abscisse 1 Km² et dont l'ordonnée correspond à la pluie maximale régionale de durée 15 mn convertie en débit sur une surface de 1 Km².

Pour les bassins versants inférieurs à 1 Km², la pointe de crue n'est plus fonction que de l'intensité de la pluie.

3.3. Les méthodes probabilistiques

Avant de parler probabilité de crue, il faut:

- définir la variable aléatoire (débit instantané, débit moyen journalier .....)
- définir les événements (dépassement d'un certain seuil S par la variable aléatoire).
- définir l'espace des épreuves.

La valeur moyenne du débit annuel ou la valeur maximale annuelle du débit de crue peuvent constituer un échantillon qui peut-être traité par des lois statistiques sous les conditions que :

- ces débits appartiennent à une même population (homogénéité de l'échantillon).
- ces caractéristiques doivent être stationnaires c'est à dire indépendantes du temps.

Parmi ces lois statistiques, on compte :

- les méthodes stochastiques
- les méthodes de renouvellement
- les méthodes à échantillonnage fixe

Les plus simples à utiliser sont les méthodes à échantillonnage fixe Elles sont basées sur l'application d'une loi de probabilité à une distribution empirique.

La probabilité est une application de l'espace des épreuves [0,1]. Le travail de l'hydrologue consiste à faire coïncider cette application avec le risque d'occurrence d'un événement bien défini. Ces méthodes statistiques ou à échantillonnage n'étudient qu'une caractéristique du processus de crue (ex: le débit maximum) en excluant la notion de temps. Les lois d'ajustement sont nombreuses et ne peuvent être appliquées à un échantillon que si les conditions *Homogénéité* - *Stationnarité* sont réunies, quelques unes ont été décrites dans le chapitre III.

3.4 Méthode basée sur la PMP

3.4.1 Passage de la pluie brute à la pluie nette

Ce passage de la pluie brute à la pluie nette nécessite une étude des pluies de courtes durées dont l'objectif est de déterminer le débit

- Vitesse de transfert des eaux est constante de l'amont à l'aval
- Formule de Giandotti reste valable pour le calcul du temps de concentration
- Pluie efficace est calculée à partir d'une réduction des pertes

La construction de l'hydrogramme de crue probable passe par la détermination du débit maximum correspondant.

- Construction d'un réseau d'isochrones

L'isochrone est une ligne, un lieu géométrique de points tels que le temps de parcours d'une goutte d'eau depuis chacun de ces points jusqu'à l 'embouchure est le même.

L'isochrone la plus éloignée représente le temps de concentration du bassin, c'est-à-dire que le temps mis pour que toute la surface du bassin contribue à l'écoulement dans l'exutoire après une averse supposée homogène. Le tracé du réseau consiste :

- Diviser le réseau d'écoulement en segments de longueur constante à partir de l'embouchure jusqu'à la partie amont des plus petits talwegs tributaires ;
- Après numérotation, chacun des points est caractérisé par 3 paramètres :
  - . La distance à l'embouchure ;
  - . L'élévation relative
  - . Le temps de parcours de l'eau ; c'est ce paramètre qui apparaît sur la carte topographique du bassin versant.

Le temps de parcours de l'eau du point i, jusqu'à l'exutoire est :

$$t_i = \frac{d_i}{V_m} \qquad (6.19)$$

avec : d_i : distance mesurée suivant le trajet de l'eau

V_m : vitesse moyenne de l'eau pouvant être estimée par la formule suggérée par l'institut d'hydrologie bavarois (Tab. 6.3).

$$V_m = 20 \sin_{\alpha}^{3/5} \quad \text{et} \quad \sin\alpha_i \cong \operatorname{tg}\alpha_i = \frac{\Delta H_i}{d_i} \qquad (6.20)$$

ΔH_i : dénivelée entre le point et l'exutoire.

α_i : angle de terrain (voir pente moyenne du basin versant)

Tab. 6.3 Vitesse V calculée pour différentes valeurs de la pente (pente % = 100 Tgα)

Pente %	0.1	0.5	1	5	10	15	20	30
V m/s	0.311	0.838	1.265	3.292	4.999	6.401	7.62	9.601

- Tracer de façon aléatoire un certain nombre de points éparpillés sur le bassin et à partir de chacun, on dessine le parcours probable de l'eau (c'est-à-dire une ligne de pente maximale) jusqu'à la rencontre du cours d'eau ou de l'un des talwegs.

Une fois que tous les points sont identifiés par le temps de parcours, le tracé du réseau d'isochrones est déterminé par interpolation (Fig. 6.6).

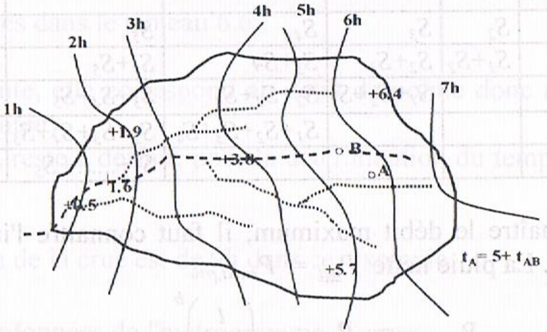


Fig. 6.6 Tracé d'un réseau d'isochrones

- Calcul du débit maximum

Pour l'application de la méthode, il faut tracer les isochrones sur le bassin versant (Fig. 6.6).

Le débit est donné par la formule suivante:

$$Q_{max} = \frac{S_{max}\, I_{eff}}{3.6} \qquad (6.21)$$

Avec : S_{max} : Surface maximum débitante (Km²)

I_{eff} : Intensité efficace (mm/h) ;

$$I_{eff} = \frac{P_{eff}}{t_{eff}}$$

Où : P_{eff} : Pluie efficace en mm

t_{eff} : Temps efficace en heure

Les isochrones sont tracées sur le bassin versant après avoir calculé la vitesse de transfert des eaux ***Vt***, définit comme étant le rapport entre la longueur du cours d'eau principal et le temps de concentration des eaux. Elle est exprimée en général en Km/h.

Les surfaces débitantes Si sont déterminées par planimétrie. Ces surfaces sont déterminées pour chaque pas de temps, comme le montre le tableau 6.4. (*Exemple* t_c=*5h*)

Tab. 6.4. Surfaces débitantes (Km²)

S_i t h	S_1	S_2	S_3	S_4	S_5	S_{max} débitante
1	S_1	S_2	S_3	S_4	S_5	S_1
2		S_1+S_2	S_2+S_3	S_3+S4	S_4+S_5	S_1+S_2
3			$S_1+S_2+S_3$	$S_2+S_3+S_4$	$S_3+S_4+S_5$	$S_1+S_2+S_3$
4				$S_1+S_2+S_3+S_4$	$S_2+S_3+S_4+S_5$	$S_1+S_2+S_3+S_4$
5					$S_1+\ldots\ldots+S_5$	$S_1+\ldots\ldots+S_5$

Pour connaître le débit maximum, il faut connaître l'intensité efficace (Tab. 6.5). La pluie nette $P_{net} = P_{maxt,p\%}$

Avec :

$$P_{maxt,p\%} = P_{max\,j,p\%}\left(\frac{t}{24}\right)^b \qquad (6.22)$$

La pluie maximale journalière probable $P_{maxj,p\%}$,est déterminée par ajustement des pluies maximales journalières à une loi statistique (Gumbel, log-normale.....).

Tab. 6.5. Détermination du débit maximum probable Q_{maxp}%

S_{max} débitante Km²	Durée averse T (h)	Pluie nette P_{net} mm	Déficit d'écoult D mm	Pluie efficace $P_{eff} = P_{net} - D$ mm	Int.efficace I_{eff} mm/h	$Q_{max} = I_{eff} . S/3.6$ m³/s
S_1	1					Q_1
S_1+S_2	2					Q_2
$S_1+\ldots.+S_3$	3					Q_3
$S_1+\ldots.+S_4$	4 = tm	←	←	←	I_{eff} max ←	$Q_4 = Q_{max}$
$S_1+\ldots.+S_5$	5					Q_5

Le déficit d'écoulement est déterminé par les méthodes empiriques ou semi empiriques s'il n'est pas connu dans la région d'étude.

La valeur maximale des débits (ex: 4) est le débit maximum de pointe, pour une durée de l'averse de 4h (temps de pointe de la crue) et une surface débitante maximale ($S=S_1+S_2+S_3+S_4$).

Connaissant le débit de pointe, il faut déterminer l'hydrogramme de crue.

- Calcul des ordonnées de l'hydrogramme synthétique

Les ordonnées de l'hydrogramme de crue probable sont calculées par la formule :

$$Q_{max,p\%} = \frac{I_{eff,\max}\sum_{i=1}^{n} S}{3.6} = a\sum_{i=1}^{n} S_i \qquad (6.23)$$

et sont représentés dans le tableau 6.6

$Ieff_{(tmax)}$: constante, elle correspond au débit de pointe donc au t_{max} ou tm (temps de montée)

La somme des S_i reste à définir, pour la détermination du temps de base de la crue.

Le temps de base de la crue est de 9h dans ce exemple.

Tab. 6.6 Ordonnées de l'hydrogramme de crue

Durée de la crue t en h	$\sum S_i$ Km²	$Q_{max,i}$ m³/s
1	S_1	$Q_1 = a\,S_1$
2	S_1+S_2	$Q_2 = a\,(S_1+S_2)$
3	$S_1+S_2+S_3$	$Q_3 = a\,(S1+S_2+S_3)$
4 = t_m	$S_1+S_2+S_3+S_4$	$Q_4 = a\,(S_1+\ldots\ldots+S_5) = Q_{max}$
5	$S_2+S_3+S_4+S_5$	$Q_5 = a\,(S_2+\ldots\ldots+S_5)$
6	$S_3+S_4+S_5$	$Q_6 = a\,(S_3+\ldots\ldots+S_5)$
7	S_4+S_5	$Q_7 = a\,(S_4+S_5)$
8	S_5	$Q_8 = a\,S_5$
9	0	$Q_9 = 0$

4.2.2 Détermination des hydrogrammes probables par la méthode de Sokolovsky

Sokolovsky considère que l'hydrogramme de crue présente 2 branches de courbe, l'une pour la montée et l'autre pour la décrue. Chacune d'elle a sa propre equation

Pour la montée : $$Q_m = Q_{max,p\%}\left(\frac{t}{t_m}\right)^n \qquad (6.24)$$

Pour la décrue : $$Q_d = Q_{max,p\%}\left(\frac{t_d - t}{t_d}\right)^m \qquad (6.25)$$

Avec : $n = 2$ et $m = 3$

Le débit maximum probable ($Q_{max,p\%}$) est donnée par la formule de Sokolovsky

$$Q_{max,p\%} = 0.28 \ \frac{(Xp_{\%,tc} - Ho)\alpha_{p\%} \, S f}{t_m = t_c} \qquad (6.26)$$

Avec : Ho : pertes initiales en mm
$\alpha_{p\%}$: coefficient de ruissellement pour la crue probable
S : surface du bassin versant en Km²
f : coefficient de forme de la crue
t_c : temps de concentration du bassin versant en h
$X_{tc,p\%}$: précipitation en mm ,de probabilité p% correspondant à un temps t_c
0.28 : coefficient de changement d'unité

Le coefficient de forme de la crue peut être calculé par la formule :

$$f = \frac{12}{4 + 3\gamma} \qquad (6.27)$$

- pour $S \leq 50$ Km² on a $\gamma = 2$
- pour des petits bassins non boisé, sol peu perméable, on a $\gamma = 2 \div 2.5$
- pour bassin versant boisé, sol perméable on a $\gamma = 3 \div 4$

Le temps de base $T_b = t_m + t_d$ avec $t_d = \gamma t_m$

$X_{tc,p\%}$ peut être calculé par la formule de Montanari

$$X_{tc,,p\%} = X_{maxj,p\%} \left(\frac{t_c}{24}\right)^b \qquad (6.28)$$

En supposant que les pluies maximales journalières suivent la loi log-normale, on peut calculer $X_{maxj,p\%}$ par la formule donnée par Sokolov et.....

$$X_{maxj,p\%} = \frac{\overline{X_{\max j,\,p\%}}}{\sqrt{Cv^2+1}} \, e^{up\%\sqrt{Ln(Cv^2+1)}} \qquad (6.29)$$

Avec :
$u_{p\%}$: variable réduite de Gauss
Cv : coefficient de variation de la série des pluies
$\overline{X_{\max j,\,p\%}}$: moyenne interannuelle des pluies journalières maxima

Cv : coefficient de variation de la série des pluies maxima journalières

Souvent, c'est la loi de Gumbel qui est utilisée pour les valeurs maximales

Le temps de concentration t_c peut être calculé par la formule de Giandotti (Chapitre I)

Le coefficient de la crue α est calculé par :

$$\alpha = \frac{\sqrt{X_{tc}} - \sqrt{H_o}}{\sqrt{X_{tc}} + \sqrt{H_o}} \qquad (6.30)$$

Connaissant $t_m = t_c$; t_d et $Q_{max,p\%}$; on peut tracer facilement les différents hydrogrammes de crues pour différentes périodes de retour (Fig. 6.8).

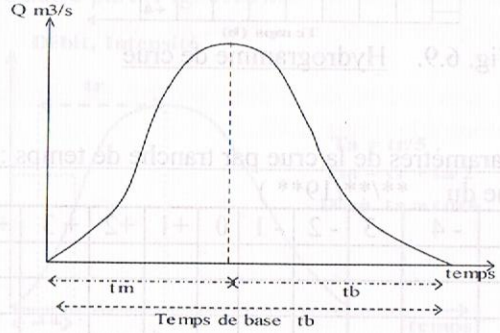


Fig 6.8 Hydrogramme de crue par Sokolovsky

4.2.3 Détermination des hydrogrammes probables par la méthode de l'hydrogramme unitaire

Développée par Shermann (1930), cette méthode a pour but d'étudier le débit Q d'un bassin versant apporté par un simple ruissellement. Son but est de déterminer pour un temps donné et une probabilité P%, le débit de ruissellement à l'exutoire d'un bassin versant.

Pour appliquer cette méthode, il faut procéder comme suit:

- Sélectionner les averses homogènes couvrant la totalité du bassin versant dans le temps 't_a' est : $t_a \leq 2/3 \ t_m$

Avec :

t_a : durée de l'averse et t_m :temps de montée de la crue (déterminé sur l'hydrogramme de crue)

- Séparer le ruissellement, de l'écoulement de base en reportant sur papier Semi-logarithmique la décrue. Retracer l'hydrogramme de ruissellement de la crue.

- Chercher pour chaque tranche de lame ruisselée le débit Q et le rapport Q/P_n, en présentant les résultats sous forme de tableau (Tab 6.7). Sur l'hydrogramme de crue, on affecte des numéros pour chaque tranche de lame ruisselée par unité de temps comme le montre la figure 7.

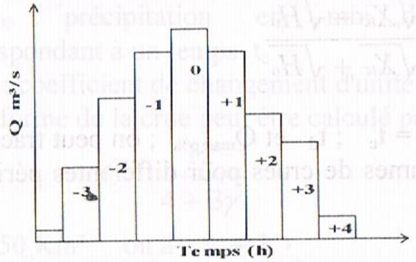


Fig. 6.9. Hydrogramme de crue

Tab. 6.7. Paramètres de la crue par tranche de temps :

(Crue du **/**/19**)

t en h	- 4	-3	- 2	- 1	0	+1	+2	+ 3	+ 4
Q m^3/s									
P_n mm									
Q/P_n m^3/s/mm									

- Répéter ce tableau pour toutes les crues sélectionnées à partir du temps de l'averse : $t_a = 2/3\ t_m$
- Récapituler les résultats sous forme de tableau pour toutes les crues pour obtenir l'hydrogramme unitaire moyen (Tab. 6.8).

On obtient par le tableau 6.8 l'hydrogramme unitaire moyen pour 1 mm de pluie nette, le temps n'est pas encore défini.

- Déterminer le temps de l'averse, on peut utiliser la formule de SNYDER :

- $t_a = \dfrac{t_r}{5.5}$ t_r : temps de réponse du bassin versant

Tab. 6.8 Hydrogramme unitaire moyen

N° Crue	t Q_n/P_n	- 4	- 3	- 2	- 1	0	+ 1	+ 2	+ 3	+ 4
crue du.. crue du.. crue du.. crue du.. .										
∑ crue / n										

Ce temps de réponse est lu sur l'hydrogramme de crue d'une part et le hyétogramme d'autre part (Fig. 6.10).

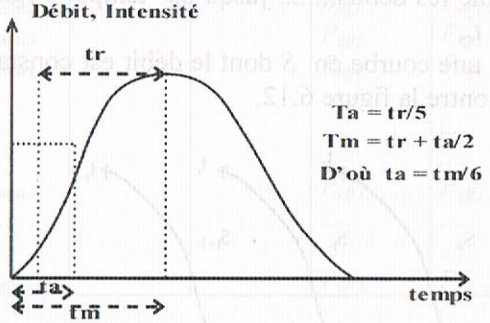


Fig. 6.10. Temps de réponse du bassin versant

On obtient un hydrogramme unitaire moyen pour un 1 mm de pluie nette et un temps de l'averse $t_a = t_m / 6$

- Déterminer l'hydrogramme de crue pour une durée bien définie.

Pour cela, il faut construire la courbe en S (Fig. 6.12).

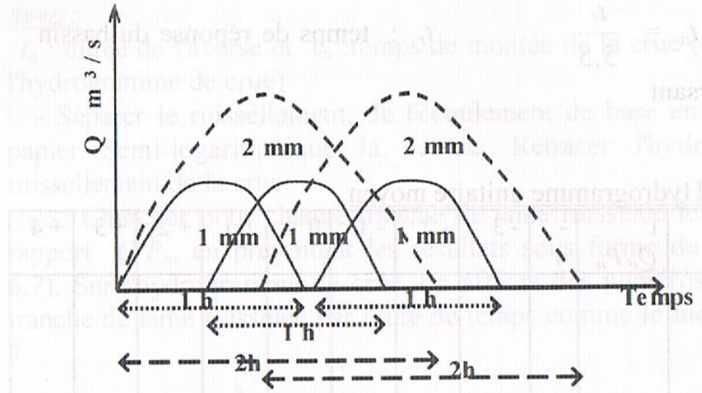


Fig. 6.11 Hydrogramme de crue unitaire (pour 1 mm de pluie nette et une durée de 1h)

Pour une durée de 2h, on a un débit double si on décale l'hydrogramme d'une heure (Fig. 6.11).
Si on répète l'opération pour des durées 3h, 4h ...., respectivement, on triple on quadruple les débits......., jusqu'au temps t égal au temps de concentration $t = t_c$.
On obtient ainsi, une courbe en S dont le débit est constant à partir de $t = t_c$ comme le montre la figure 6.12.

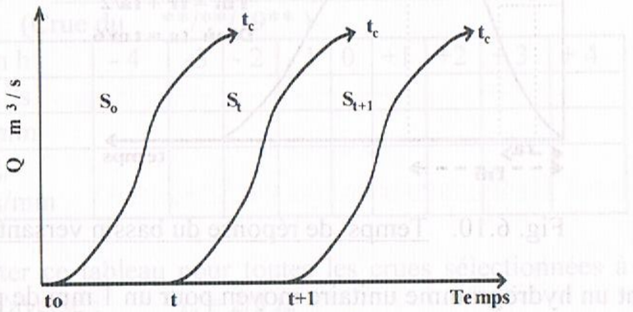


Fig. 6.12 Courbe en S

S_o : courbe au temps t = 0
$S_o - S_t$ correspondant à l'hydrogramme de crue au temps t

Une fois l'hydrogramme en S trouvé, on tire le temps de concentration t_c sur cette courbe en S.

- Calculer la pluie maximale journalière probable à partir d'une loi statistique.
- Appliquer la formule de Montanari pour la pluie max probable de durée t :

$$Pt,p_{\%} = P_{maxj,p\%}\,(t / 24)^b \qquad (6.31)$$

L'exposant climatique peut-être calculé en reportant sur papier log-log l'intensité moyenne maximale de l'averse moyenne du bassin versant en fonction du temps. Il représente la pente de la droite. Pour l'Algérie, souvent, il est lu sur la carte de Body (ANRH).

Tous les résultats peuvent être résumés dans un tableau (Tab. 6.9).

Tab. 6.9. Débit maximum probable de l'hydrogramme unitaire

Durée de l'averse h	$Q_{max,i}$ m³/s	$P_{net}=P_{t,p\%}$ mm	Déficit écoul^t D mm	$P_{eff} = P_{t,p\%} - D$ mm	$Peff \cdot Q_{max,1h,1mm}$
1	Q_{max1}			P_{eff1}	$P_{eff1} \cdot Q_{max1}$
2	Q_{max2}			P_{eff2}	$P_{eff2} \cdot Q_{max2}$
3	Q_{max3}			P_{eff3}	$P_{eff3} \cdot Q_{max3}$
4	Q_{max4}			P_{eff4}	$P_{eff4} \cdot Q_{max4}$
.	.....			...	.....
.	....			..	....
.	.....			...	....
i	$Q_{max,i}$			$P_{eff,i}$	$P_{eff,i} \cdot Q_{max,i}$
.	.....			.....	....
.	.....			.....	.....
$t = tc$	$Q_{max,tc}$			$P_{eff,tc}$	$P_{eff,tc} Q_{max,tc}$

La valeur maximale de la dernière colonne du tableau 6.9, représentera le débit de pointe de fréquence p%.
Les débits ($Q_{max,i}$) de la 2ème colonne du tableau 6.9 sont calculés de la manière suivante comme le montre la tableau 6.10.

Tab. 6.10 Calcul de Q_{max}

t h	Courbe en S $Q_{max,i}$	$t_a/1$	$t_a/2$	$ta/3$	....	t_a/t_c
0	$S_o \rightarrow Q_{maxo}$	$S_o = 0$	$S_o = 0$	$S_o = 0$		0
1	$S_1 \rightarrow Q_{max1}$	S_1	$S_1/2$	$S_1/3$		S_1/t_c
2	$S_2 \rightarrow Q_{max2}$	$(S_2 - S_o)/1$	$(S_2 - S_o)/2$	$(S_2 - S_o)/3$		$(S_2 - S_o)/t_c$
3	S_3	$(S_3-S_o)/1$	$(S_3-S_o)/2$	$(S_3-S_o)/3$		$(S_3-S_o)/t_c$
.	.	.				.
.	.	.				.
.	.	.				.
n	S_n	$(S_n-S_o)/1$	$(S_n-S_o)/2$	$(S_n-S_o)/3$		$(S_n-S_o)/t_c$

4.2.4 Formules empiriques pour le calcul du débit maximum probable

En absence de données, on a recours aux formules empiriques ; seulement celles-ci sont à appliquer avec précaution.

Plusieurs formules sont utilisées pour le calcul du débit maximum probable, qu'il faudrait utiliser avec précaution.

- *Formule d'ISKOVSKI*

$$Q_{max} = n \, . \, m \, . \, \overline{P} \, A \qquad (6.32)$$

Q_{max} : débit exprimé en m³/s

$\overline{P}$: Précipitation moyenne interannuelle en mm

A : Surface du bassin versant en Km²

n : coefficient caractérisant la morphologie du bassin versant et le type de sol (Tab. 6.11).

m : coefficient variant de 1 à 10 suivant l'étendue du bassin versant (Tab. 6.12).

Tab. 6.11 Valeur du coefficient n

Nature du bassin versant	Type 1	Type 2	Type 3	Type 4
BV de Plaine	0.030	0.055	-	-
BV de collines	0.035	0.070	0.125	-
BV de moy. montagne	0.040÷0.055	0.082÷0.140	0.155÷0.210	0.40÷0.55
BV de grandes montagnes	0.060÷0.080	0.160÷0.210	0.360÷0.600	0.60÷0.80

Type 1 : Sols Très perméables recouvert de végétation ordinaires et sols variés à forte végétation ;

Type 2 : Sols à perméabilité moyenne

Type 3 : Sols peu perméables recouvert de végétation ordinaire et terrains fortement inclinés

Type 4 : Sols imperméables avec peu ou sans végétation

Tab. 6.12. Valeur du coefficient m

A km²	1	10	20	50	100	200	500	1000	25000
m	10.00	9.5	9.00	7.95	7.40	6.87	5.90	4.70	1.00

- *Formule de Mallet –Gauthier*

Dans leur étude sur les problèmes de l'eau en Algérie, ils ont établi une formule exprimant le débit maximum de crue en fonction des précipitations, de la surface du bassin versant et d'un coefficient K caractéristiques géographique et climatique du bassin versant.

$$Q_{max,p\%} = 2.K.\log(1+20\overline{H})\frac{S}{\sqrt{L}}.\sqrt{1+4\log T - \log S} \qquad (6.33)$$

Avec :

K : Constante comprise entre 1 ÷ 3

$\overline{H}$: Précipitation moyenne interannuelle en m

S : surface du bassin versant en Km²

L : Longueur du talweg principal en Km

T : période de retour

- *Formule de Turraza*

Cette formule utilise l'intensité moyenne maximale des précipitations déterminée sur un intervalle de référence égal au temps de concentration du bassin versant.

$$Q_{max,p\%} = \frac{C.\overline{i}_{tc}A}{3.6} \qquad (6.34)$$

Avec :

A : Surface du bassin versant

$\overline{i}_{tc}$: Intensité moyenne maximale des précipitations pendant une durée égale au temps de concentration en mm/h

C : Coefficient de ruissellement de la crue considérée pour une probabilité P%

$P = 10\%$, $C = 0.6$
$P = 1\%$ $C = 0.7$
$P = 0.1\%$ $C = 0.8$

- *Formule de Giandotti*

$$Q_{max,p\%} = \frac{C.S.h_{tc,p\%}\sqrt{h_{moy} - h_{\min}}}{4\sqrt{S} + 1{,}5L} \qquad (6.35)$$

Avec :

S : Surface du bassin versant en Km²
L : longueur du talweg principal en Km
h_{moy} : Altitude moyenne en m
h_{min} : Altitude minimale en m
$h_{tc,p\%}$: Lame d'eau précipitée pour une probabilité donnée et d'une durée égale au temps de concentration des eaux .
C : Coefficient topographique variant entre 66 et 166.

- *Formule de Fuller*

Fuller est l'un des premiers à introduire la notion fondamentale de la variation du débit maximum probable en fonction de la période de retour T.

$$Q\ (T) = Q_1\ (1+0{,}8\ log\ T) \qquad (6.36)$$

$Q(T)$: maximum de débit journalier qu'on a des chances de retrouver une fois au cours d'une période de T années (débit journalier de fréquence 1/T).

Q_1 : moyenne des débits maxima journaliers (moyenne des crues annuelles)

La formule de Fuller permet d'établir les débits de crue le plus probable pour des fréquences respectives 10%, 1% et 0.1%, soit :

$Q_{10\%} = 1{,}8\ Q_1$ pour la crue décennale (T=10ans)
$Q_{10\%} = 2{,}6\ Q_1$ pour la crue centennale (T= 100 ans)
$Q_{10\%} = 3{,}4\ Q_1$ Pour la crue millénaire (T = 1000 ans)
$Q_{10\%} = 4{,}2\ Q_1$ pour la crue dimillénaire (T = 10000 ans)

Pour passer de ces débits moyens maxima journaliers aux débits instantanés de pointe, Fuller propose la formule suivante :

$$Q_{max,p\%} = Q_{p\%}\left(1 + \frac{2{,}66}{A^{0,33}}\right) \qquad (6.37)$$

Avec : A : Surface du bassin versant en Km²
$Q_{p\%}$: débit moyen maximum journalier de probabilité $P\%$

Remarques :

L'estimation de la pointe de l'hydrogramme de crue est généralement calculée, selon la surface du bassin versant par :

- méthode rationnelle ou formules empiriques pour $S < 25$ Km² ;
- méthode rationnelle, formules empiriques et hydrogramme unitaire pour $S > 250$ Km² ;
- méthodes de l'hydrogramme synthétique, de l'hydrogramme unitaire, pour $S < 5000$ Km² ;
- méthode de l'hydrogramme unitaire, fréquence des inondations, laminage des crues pour $S > 5000$ Km².

Chapitre septième : LE TRANSPORT SOLIDE

INTRODUCTION

L'étude du débit solide occupe une place très importante et très vaste dans le domaine de l'hydrologie de surface et de régularisation des débits. La matière première du débit solide est principalement l'érosion continentale.

D'après Gréco, l'érosion est un phénomène spatial et temporel consistant à une désagrégation du sol et de la roche sous l'effet d'agents atmosphériques : gel, impact des gouttes de pluie, variations brutales de la température, actions chimiques de l'eau, ruissellement et action anthropique.

En Algérie du Nord, l'aspect le plus important de l'érosion est l'érosion pluviale et plus précisément l'érosion par ruissellement. Les terrains étant nus, pour une raison ou pour une autre (défrichement, jachère, labour.....), le ruissellement dû aux eaux de pluie et surtout à la suite d'averses torrentielles décape progressivement les horizons supérieurs du sol jusqu'à atteindre parfois la roche mère. La lame d'eau en mouvement le long des versants se divise progressivement, les filets d'eau se regroupent dans les petites dénivellations du sol. Concentrée cette eau déploie une force lui permettant d'arracher les obstacles (grains de sable, pierre, végétaux...). Cet obstacle emporté par l'eau se mélange à elle. La faculté d'érosion augmente et la force de l'érosion augmente avec:

- Epaisseur de la lame d'eau ruisselée donc l'intensité de la pluie.
- Longueur du bassin versant

Cette force diminue avec le nombre et l'importance des obstacles rencontrés. Cette érosion pluviatile entre dans la catégorie des phénomènes qui, une fois déclenchés tendent par eux-mêmes à s'accélérer en une chaîne inexorable. Les matériaux arrachés au sol par l'érosion finissent par atteindre le réseau hydrographique.

I ASPECT THEORIQUE

1.1 Généralités

La dynamique des matériaux arrachés au sol et transportés dans le réseau d'écoulement dépend essentiellement de la vitesse d'écoulement et de la granulométrie.

Le champ d'exploration des vitesses varie tout au long du profil de l'oued d'amont en aval. La capacité de transport est liée à la nature granulométrique des matériaux et varie dans le temps et dans l'espace avec le débit liquide.

Américan Géophysical Union a classé les granulats en 19 catégories, d'après leur diamètre (Tab. 7.1). Ce même organisme définit le granulat comme étant un matériau non cohérent, plus ou moins roulé ou brisé, tapissant tout ou une partie des berges et du fond et qui conserve son individualité propre au cours de son transport dans les rivières.

Les différents types de granulats sont cités dans le tableau 1 en fonction de leur diamètre.

La dimension d'une particule est définie par son diamètre apparent mesuré au tamis pour les particules supérieures à 0.1 mm.

Pour les particules les plus petites (jusqu'à 4 microns environ); leur diamètre est mesuré au microscope ou évalué par la formule de Stokes au moyen de la vitesse de sédimentation et ceci pour les matériaux homogènes.

Tab. 7.1. Différents types de granulats

Nature du granulat	Diamètre du granulat en mm	
Bloc	très gros	4000 ÷ 2000
	gros	2000 ÷ 1000
	moyen	1000 ÷ 500
	petit	500 ÷ 250
Moellon	gros	250 ÷ 130
	petit	130 ÷ 64
Gravier	très gros	64 ÷ 32
	gros	32 ÷ 16
	moyen	16 ÷ 8
	fin	8 ÷ 4
	très fin	4 ÷ 2
Sable	très gros	2 ÷ 1
	gros	1 ÷ 0.5
	moyen	0.5 ÷ 0.25
	fin	0.25 ÷ 0.125
Limon	gros	0.062 ÷ 0.031
	moyen	0.031 ÷ 0.016
	fin	0.016 ÷ 0.008
	très fin	0.008 ÷ 0.004

Au dessous de 4 microns sont représentées les argiles.

Lorsqu' un matériau n'est pas homogène (sédiments naturels), c'est sa courbe granulométrique qui le caractérise. Cette dernière consiste à porter en abscisse, les diamètres des particules (mm) d'un échantillon et en ordonnée, le pourcentage en poids du matériau de diamètre inférieur à la valeur portée en abscisse.

1.2 Abrasion des particules

Le frottement des particules les unes contre les autres diminue le diamètre de la particule pendant le charriage. Cette usure s'appelle **l'abrasion**. Steinberg admet que la perte de poids subit par une particule est proportionnelle à son poids initial et à la vitesse parcourue.

$$- dp = c.p.ds \qquad (7.1)$$

dp : perte de poids
c : coefficient d'abrasion
p : poids de la particule après un parcours s
ds : distance partielle parcourue par la particule.

Donc, le poids d'une particule de poids initial Po ayant parcourue une distance s, est :

$$P = Po\, e^{-c.s} \qquad (7.2)$$

Po : poids initial
s : distance parcourue
c : coefficient d'abrasion
p : poids de la particule après un parcours s

Schoklitsch a proposé une formule en introduisant le diamètre de la particule:

$$d = do \quad e^{-cs/3} \qquad (7.3)$$

où : c est exprimé en fonction de la vitesse de la particule en m/s

$$C = C_1\, V^{1/4} \left(\frac{d + 15}{15} \right) \qquad (7.4)$$

V : vitesse de la particule en m/s
d : diamètre de la particule composant le lit de la rivière
C_1: coefficient d'abrasion spécifique d'une particule se déplaçant à 1 m/s. Sa valeur dépend de la nature de la roche.

Il est déterminé expérimentalement pour différents matériaux et exprimé en km^{-1}, comme le montre le tableau 7.2.

Tab. 7.2. Coefficient spécifique d'abrasion C_1 (Km^{-1}) d'après Roche

N ° d'ordre	Roche ou Matière	Coefficient spécifique
1	pierre à talc	0.27
2	grès	0.041
3	débris de brique	0.032
4	quartz - Feldspath	0.0088
5	marbre	0.0082
6	grès - calcaire	0.0079
7 A	calcaire marneux	0.0060 ÷ 0.0038
7 B	calcaire	0.0050 ÷ 0.0014
8	quartz rouge	0.0038
9	gneiss	0.0033
10	dolomite	0.0026

2.3 Les différents aspects du transport solide

Le transport solide se présente sous 3 aspects.

Les matériaux roulent ou glissent sur le fond sans jamais le quitter, c'est **le transport de fond** ou **charriage.**

Les matériaux les plus fins sont entraînés par le courant sans toucher le fond représente **la suspension.**

Certains matériaux progressent par bonds successifs, se trouvant tantôt sur le fond, tantôt au sein du liquide représente la **saltation**. Cette dernière notion est considérée en général avec le charriage car il n'existe pas de théorie particulière.

II LE TRANSPORT SOLIDE DE FOND OU CHARRIAGE

2.1 Généralités

Le charriage constitue un problème très important en régularisation des débits des cours d'eau et dans la conception des ouvrages d'art.

Beaucoup de chercheurs se sont intéressés au charriage, mais il n'existe pas encore une théorie générale du mécanisme. La plupart des recherches ont été axées sur le transport des sédiments en régime fluvial aussi bien par voie théorique que par voie expérimentale.

Du Boys (1879),a été l'un des pionniers de la recherche sur le charriage. Ce n'est qu'en 1930 que cette recherche s'intensifie avec Meyer-Peter , Einstein.......Ils ont basé leurs travaux sur l'équilibre d'une particule au sein d'un liquide en mouvement en régime fluvial, pour un canal de forme régulière. Ces théories ne peuvent pas s'appliquer directement à des transports de particules non homogènes, pour des formes de lit d'oued non homogènes.

2.2 Approche théorique

L'étude de la vitesse critique susceptible de mettre en mouvement les particules de dimensions et de natures différentes qui se trouvent dans le lit de la rivière est une des façons les plus simples à aborder le problème de transport de fond.
La vitesse critique est la vitesse qui correspond au début du mouvement d'une particule située sur ce fond. Elle peut être déduite en considérant les forces exercées par le courant sur une particule située au fond du lit et la résistance de celle - ci à l'avancement.

- La poussée hydrodynamique exercée par le courant sur la particule peut être exprimée par l'équation :

$$F_1 = C \quad \gamma \ \Pi \ a^2 \ \frac{v^2}{2g} \qquad (7.5)$$

C : coefficient de traînée qui dépend d'un coefficient de forme d_1 caractéristique des particules et du nombre de Reynolds rapporté au diamètre apparent des particules.

$$C = f(\ \alpha_1 \ \frac{V_\alpha}{\mu}\ ) \qquad (7.6)$$

Avec :
μ : viscosité cinématique
V : Vitesse du courant
d : Diamètre apparent des particules
γ : Poids spécifique de l'eau
Πa^2 : Surface de la particule soumise au courant qui par simple simplification est supposée circulaire.

- La force de frottement qui s'oppose au mouvement est :

$$F_2 = \varnothing \ \gamma_1 \ - \ \gamma \ \frac{4}{3} \ a^3 \ \Pi \qquad (7.7)$$

Avec :
$\varnothing$: Coefficient de frottement dépendant de la rugosité du lit de la rivière
γ_1 : poids spécifique de la particule
γ : poids spécifique de l'eau de la rivière
$4/3\ a^3\ \Pi$: Volume de la particule

En égalant la poussée hydrodynamique et la force de frottement, on obtient la formule de la vitesse critique.

$$F_1 = F_2$$

$$c \ \gamma \ \Pi \ a^2 \ \frac{V^2}{2g} \ = \ \varnothing \ (\ \gamma_1 - \ \gamma) \ \frac{4}{3} \ a^3 \ \Pi \qquad (7.8)$$

d'où : $$V^2 = \frac{4}{3} \ 2\,g \ \frac{\varnothing}{c} \ (\ \frac{\gamma_1 - \gamma}{\gamma}\ ) \ a \qquad (7.9)$$

En posant : $\alpha = \frac{4}{3} \ 2g \ \frac{\varnothing}{c} \ = \ $ constante

On aura, la formule de BRAHMS sur la vitesse critique, qui est :

$$V^2c \ = \ \alpha\,(\ \frac{\gamma_1 \ - \ \gamma}{\gamma}\ ) \ a \qquad (7.10)$$

Ce résultat permet de tirer la loi générale d'arrachement :

" Le carré de la vitesse est proportionnel à la dimension du grain "

Les avis sont très partagés quant à l'utilisation de la vitesse critique comme critère d'affouillement des lits d'Oueds, puisqu'elle ne fait pas intervenir les caractéristiques dimensionnelles de la section et qu'elle se base sur la dimension moyenne de la particule.
Actuellement, la plupart des formules empiriques proposent de calculer le débit solide en faisant intervenir la notion de ***force tractatrice*** qui est le produit du rayon hydraulique d'une section par la pente hydraulique et le poids spécifique de l'eau de la rivière.

$$T = \ \gamma \ R \ I \qquad (\text{Kg/m}^2) \qquad (7.11)$$

Avec :
T : Force tractatrice par unité de surface
γ : poids spécifique de l'eau
I : pente hydraulique
R : Rayon hydraulique

Certains auteurs ont obtenu des valeurs de la force tractatrice Tc nécessaire pour provoquer le déplacement des particules suivant leur diamètre et leur matériau. Ses valeurs sont tabulées.

En connaissant la granulométrie de fond, il est possible de déterminer d'après ces tables, la valeur critique *Tc* pour une section donnée. Ces valeurs varient suivant les différents auteurs.
Et, dès que la force tractatrice *Tc* est dépassée, le mouvement de charriage commence.

2.3 Mesures du charriage (cours d'eau naturels)

L'étude du charriage nécessite la connaissance du débit à partir duquel commence la mise en mouvement des matériaux du fond. La mesure du débit peut être réalisée par diverses méthodes :

- détecteurs hydrophoniques
- nasses de prise en rivière
- traceurs radioactifs
- procédés topographiques
- fosses à sédiments
- modèles réduits

Le charriage est discontinu dans le temps au cours de l'année hydrologique et dans l'espace, d'amont en aval.
Sa variation dans le temps se traduit par des valeurs très élevées lors des crues, surtout pour les bassins de montagne où le régime d'écoulement est torrentiel. Malheureusement, lors des crues cette variation est souvent très peu connue, faute de mesures.
D'après TRICART, la variation dans l'espace du charriage se fait :
- La phase caillouteuse transite plus lentement. Le transport de gravillons et de galets se fait soit par paquets (roulement en masse) soit par saltation individuellement. Ces 2 phénomènes (roulement en masse et saltation) ont un caractère commun qui est la **lenteur**. Ce qui explique que les galets ne jouent qu'un rôle réduit dans le bilan global du charriage de la plupart des rivières.

III LE TRANSPORT SOLIDE EN SUSPENSION

3.1 Généralités

Lorsque les matériaux arrachés au bassin atteignent le réseau hydrographique, ils seront transportés par le courant si celui-ci en est capable, sinon ils se déposent pour former la partie affouillable du lit des rivières. La majeure partie du transport solide est constituée d'éléments fins restant en suspension dans les eaux de rivières.

La quantité de matériaux véhiculés par les cours d'eau peut atteindre des valeurs considérables et avoir des conséquences très graves sur les infrastructures hydro-agricoles et routières: comblements de barrage, dépôt dans les canaux d'irrigation, avaloirs, routes et autoroutes, blocage des stations de pompage, impact sur l'aquaculture et la qualité de l'eau dans les lacs naturels et artificiels, eutrophisation...).

En Algérie, la majorité des barrages ont vu leur capacité diminuer de moitié après une trentaine d'année d'exploitation. Le tableau 7.3 montre l'ampleur de l'érosion à travers l'érosion spécifique, au droit de 15 grands barrages en exploitation, calculée sur la base de l'observation en 2001.

Tab. 7.3 Quelques valeurs de l'érosion spécifique

Nom du barrage	Surface Km²	Apport liquide Mm^3	Coefficient Ecoulement	Erosion spécifique T/ha.an
Oued Fodda*	800	120.0	0.23	24.00
Ghrib*	2800	148.5	0.14	7.50
Cheffia*	575	138.0	0.26	27.13
Sidi M. Bénaouda*	4900	120.0	0.42	3.36
Guenitra	202	55.0	0.32	8.37
Deurdeur	468	45.0	0.10	23.06
Sidi Yacoub	920	98.0	0.17	14.90
Ain Zada	1070	90.0	0.13	4.38
Bouroumi	150	26.0	0.37	69.33
Ouizert	2100	84.0	0.07	2.60
Hammam Debagh*	1070	69.0	0.10	5.05
Keddara	93	27.3	0.03	32.15
Sidi Abdelli	1100	70.0	0.13	2.10
Gargar	2900	185.0	0.16	20.62
Oued Cherf	1735	33.0	0.20	3.00

* D'après les relevés bathymétriques

En figure 7.1, nous avons aussi comparé l'état de ces 15 barrages en exploitation en 2001, entre leur volume initial, leur volume mort estimé dans les études de réalisation et leur volume solide observé sur les sites, après quelques années de service.

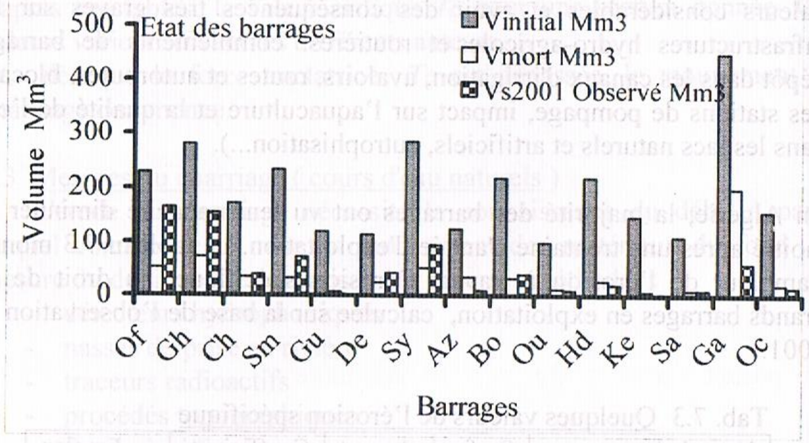


Fig. 7.1 Etat d'envasement de 15 barrages en exploitation

3.2 Mesures du transport solide en suspension

A la différence du charriage, la mesure du transport solide se fait sur toute la largeur de la section de mesure. La méthode utilisée, consiste à explorer le champ des vitesses et des concentrations sur une section donnée du cours d'eau.

Des prélèvements d'échantillons par des équipements spécifiques, au droit de la section de mesure, se font parallèlement au jaugeage de débit au moulinet pour différentes largeurs et différentes profondeurs de la section de mesure.

Le prélèvement d'échantillons doit se faire avec des appareils à action très rapide. Il existe plusieurs appareils de prélèvements d'échantillons actuellement utilisés, à savoir :

- Turbidisonde NEYRPIC
- Turbidisonde DELFT
- Prélèvement au moyen d'une pompe
- Prélèvement au moyen de bouteilles

Pour les faibles courants d'eau, les prélèvements peuvent être fait à l'aide de bouteilles que l'on envoie à la profondeur voulue grâce à un câble.

3.3 Procédé de mesure des matériaux en suspension

Les échantillons prélevés sont pris au laboratoire. Les eaux sont filtrées. Les matériaux en suspension sont récupérés sur des filtres en papier ou des membranes cellulosiques préalablement pesées. Papiers ou membranes chargées sont séchées à l'étuve à environ 100 °c. Le filtre séché est pesé avec une balance de précision et le poids de la charge solide est ramené à l'unité de volume. La turbidité ou la concentration en éléments en suspension s'exprime en mg/l ou en g/m^3.

Si l'échantillonnage a eu lieu sur une eau relativement calme et peu chargée, il convient de calciner l'ensemble papier et charge au four à moufle (500°c) afin d'éliminer les matières organiques incluses dans la charge filtrée.

Procédé de quantification du débit solide

Le procédé est similaire à celui de la mesure du débit liquide au moulinet. Sur un certain nombre de points répartis sur plusieurs verticales *A, B, C, D*,....d'une section, nous avons fait des prélèvements et déterminés aussi bien le débit liquide spécifique instantané que la concentration C en g/m^3 de matériaux en suspension.

En reportant cette section, sur un système d'axe XoY, avec en abscisse la largeur de la rivière (rive droite à rive gauche) et en ordonnée les profondeurs à partir de la surface de l'eau, n'importe quel point de mesure sera identifié comme le montre la figure 7.2.

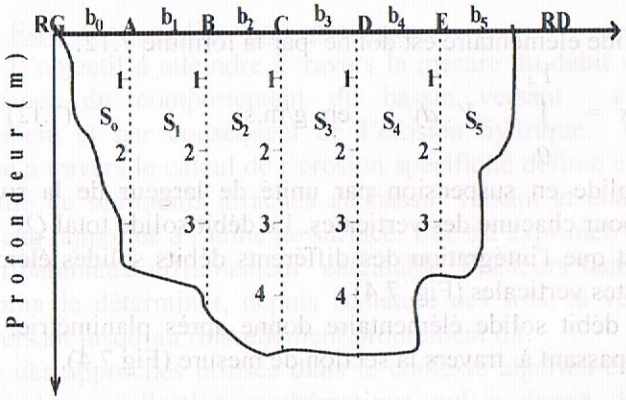


Fig. 7.2. Section de mesure

L'épure des débits solides élémentaires est tracée pour chacune des verticales comme le montre la figure 7.3 pour la verticale A prise comme exemple.

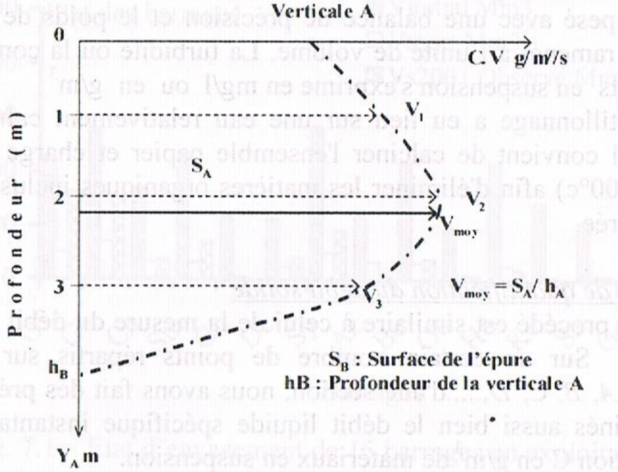

Verticale A
C.V g/m²/s
0
1
2
3
Profondeur (m)
V_1
V_2
V_{moy}
V_3
S_A
$V_{moy} = S_A / h_A$
h_B
S_B : Surface de l'épure
hB : Profondeur de la verticale A
Y_A m

Fig. 7.3 Epure des débits solides élémentaires (Verticale A)

Le débit solide élémentaire est donné par la formule 7.12.

$$qs = \int_0^{Y_A} C \cdot V \cdot dy \quad \text{en g/m.s} \qquad (7.12)$$

Le débit solide en suspension par unité de largeur de la rivière est déterminé pour chacune des verticales. Le débit solide total *Qs* exprimé en g/s n'est que l'intégration des différents débits solides élémentaires des différentes verticales (Fig. 7.4)

L'épure du débit solide élémentaire donne après planimétrie, le débit solide total passant à travers la section de mesure (Fig 7.4).

Le débit solide donnée à travers la section de mesure est donné par la formule 7.13.:

$$Q_S = \int_0^{X} q_s(X)\, dx \quad \text{en g/s ou en Tonne /an} \qquad (7.13)$$

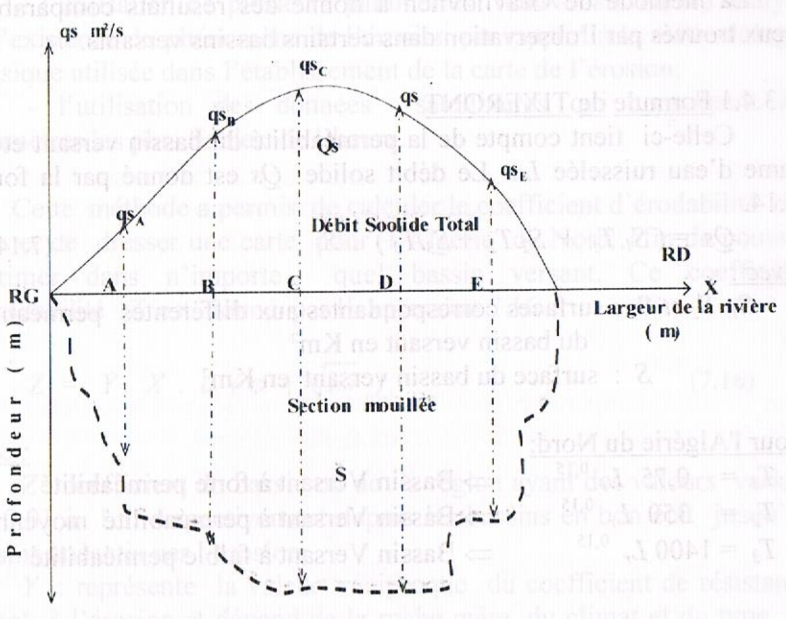

qs m²/s
qs_A
qs_B
qs_C
qs
qs_E
Qs
Débit Soolide Total
RG
A
B
C
D
E
RD
X
Largeur de la rivière (m)
Profondeur (m)
Section mouillée
S

Fig. 7.4 Epure du débit solide

3.4 Estimation de l'érosion spécifique

L'objectif à atteindre à travers la mesure du débit solide est la connaissance du comportement du bassin versant vis-à-vis du ruissellement et par conséquent de l'érosion hydrique. Celle-ci est identifiée à travers le calcul de l'érosion spécifique définie comme étant la quantité de sédiments arrachés au bassin versant et charriés par le cours d'eau rapportée à l'unité de surface. Elle est exprimée en t/km².an. C'est un paramètre difficilement calculable. Plusieurs facteurs entrent en jeu pour le déterminer, depuis la nature des sols, la végétation du bassin versant jusqu'au ruissellement proprement dit.

Une des approches utilisée dans le contexte algérien en zone semi aride est la modélisation mathématique qui a donné des résultats représentatifs de la région d'étude. Le modèle mathématique le plus performant rencontré est le modèle régressif puissance.

Des formules empiriques existent et sont utilisées en absence de données, qu'il convient de prendre avec précaution car souvent elles ne reflètent pas la réalité.

La méthode de Gravilovitch a donné des résultats comparables à ceux trouvés par l'observation dans certains bassins versants.

3.4.1 Formule de TIXERONT

Celle-ci tient compte de la perméabilité du bassin versant et de la lame d'eau ruisselée L_r. Le débit solide Qs est donné par la formule 7.14.

$$Qs = (S_1.T_1 + S_2.T_2 + S_3.T_3) \ . \ S \qquad (7.14)$$

Avec :

S_1, S_2 *et* S_3 : surfaces correspondantes aux différentes perméabilités du bassin versant en Km²

S : surface du bassin versant en Km²

Pour l'Algérie du Nord:

$T_1 = 0{,}75 \ L_r^{\ 0{,}15}$ ⇒ Bassin Versant à forte perméabilité
$T_2 = 350 \ L_r^{\ 0{,}15}$ ⇒ Bassin Versant à perméabilité moyenne
$T_3 = 1400 \ L_r^{\ 0{,}15}$ ⇒ Bassin Versant à faible perméabilité

3.4.2 Formule de Fournier

La formule de Fournier donne l'érosion spécifique Es en Tonne/Km².an :

$$Es = \frac{1}{36}\left(\frac{P^2}{Pa}\right)^{2.65}\left(\frac{h^2}{S}\right)^{0.46} \qquad (7.15)$$

P : pluie du mois le plus arrosé en mm
Pa : Pluie moyenne interannuelle en mm
h : Dénivelée moyenne (45% de la différence entre les altitudes maximale et minimale en m)
S : Surface du bassin versant en Km²

3.4.3 Méthode de Gravilovitch

La méthode de Gravilovitch a été utilisée pour la détermination d'un coefficient d'érodibilité des sols et des paramètres de la production du débit solide dans le Nord de l'Algérie.

L'application de cette méthode en Algérie a été basée sur :

- la carte d'érosion à échelle 1/200 000, et qui ne peut à elle seule, quantifier le phénomène de l'érosion actuellement;
- l'utilisation de plusieurs paramètres intervenant dans l'analyse de l'existence du phénomène de l'érosion par rapport à la méthodologie classique utilisée dans l'établissement de la carte de l'érosion;
- l'utilisation des données satellitaires qui constituent les paramètres les plus fiables de l'heure.

Cette méthode a permis de calculer le coefficient d'érodabilité des sols et de dresser une carte pour l'Algérie du Nord afin de pouvoir l'estimer dans n'importe quel bassin versant. Ce coefficient d'érodabilité Z est donné par l'expression 7.16 :

$$Z = Y \ . \ X \ . \ a \ (\varphi + \sqrt{Isr} \ ) \qquad (7.16)$$

Avec :

Z : coefficient du bassin ou de la région ayant des valeurs variant de 0.01 à 1.5, respectivement depuis les bassins en bon état jusqu'au bassins anéantis par l'érosion;

Y : représente la valeur réciproque du coefficient de résistance du sol à l'érosion et dépend de la roche mère, du climat et du type de sol;

X : représente le coefficient de régularisation du bassin ou de la région érodable se rapportant à la protection des sols des influences des phénomènes atmosphériques et des forces d'érosion sous les conditions naturelles, la végétation, etc ;

a : représente le coefficient de régularisation du bassin se rapportant à la protection des sols par des conditions crées artificiellement (travaux de défense et restauration des sols). Le produit de (X .a) varie entre 0.01 pour le sol protégé et 1,0 pour le sol nu et non protégé;

φ : représente l'équivalent numérique des processus d'érosion visibles et nettement prononcés dans le bassin;

Isr : pente moyenne du bassin, de la région ou de la parcelle où l'on veut calculer Z en %.

Tous ces paramètres sont tabulés.

Le calcul de la production de sédiments passe par la détermination des volumes moyens annuels des débits solides (charriage et suspension), pour le bassin naturel ou pour une partie du bassin. Elle est donnée par l'expression 7.17 :

$$W_{an} = T \,.\, H_{an} \,.\, \Pi \sqrt{Z^3} \,.\, F \quad (\text{m}^3/\text{an}) \qquad (7.17)$$

Avec :

W_{an} : production totale de débit solide en m³/an sur l'ensemble d'un bassin versant ou une partie ou une parcelle;

T : coefficient de température de la région. Il est calculée par :

Où :

$$T = \sqrt{\frac{t°}{10.0} + 0.1}$$

où $t°$ est la température moyenne interannuelle en degré Celsius.

H_{an} : précipitation moyenne annuelle en mm;

F : surface du bassin en Km²;

Z : coefficient d'érodabilité;

Partant de la valeur du coefficient d'érodabilité des sols, 6 catégories de destruction des sols ont été établies et sont présentées dans le Tableau 7.4 avec le débit solide spécifique correspondant.

Tab. 7.4 Intensité du processus d'érosion

Catégorie de destruction	Intensité du processus d'érosion dans le lit et sur le bassin versant	Coefficient d'érodibilité Z	Valeur moyenne du coefficient Z	Débit solide spécifique m³/ Km².an
I	Erosion excessive	1.01 à 1.50 et au delà	1.25	< 3000
II	Erosion forte	0.71 à 1.00	0.85	1500 à 3000
III	Erosion moyenne	0.41 à 0.70	0.55	1000 à 1500
IV	Erosion faible	0.20 à 0.40	0.30	500 à 1000
V	Erosion très faible	0.01 à 0.19	0.10	0 à 500
VI	Retenues	0.00	0.00	0.00

Annexe 1 Loi Normale Réduite : $F(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{u} e^{-\frac{1}{2}u^2} du$

u	0.00	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07	0.08	0.09
0.0	0.50000	0.50399	0.50798	0.51197	0.51595	0.51994	0.52392	0.52790	0.53188	0.53586
0.1	0.53983	0.54380	0.54776	0.55172	0.55567	0.55962	0.56356	0.56749	0.57142	0.57535
0.2	0.57926	0.58317	0.58706	0.59095	0.59483	0.59871	0.60257	0.60642	0.61026	0.61409
0.3	0.61791	0.62172	0.62552	0.62930	0.63307	0.63683	0.64058	0.64431	0.64803	0.65173
0.4	0.65542	0.65910	0.66276	0.66640	0.67003	0.67364	0.67724	0.68082	0.68439	0.68793
0.5	0.69146	0.69497	0.69847	0.70194	0.70540	0.70884	0.71226	0.71566	0.71904	0.72240
0.6	0.72575	0.72907	0.73237	0.73565	0.73891	0.74215	0.74537	0.74857	0.75175	0.75490
0.7	0.75804	0.76115	0.76424	0.76730	0.77035	0.77337	0.77637	0.77935	0.78230	0.78524
0.8	0.78814	0.79103	0.79389	0.79673	0.79955	0.80234	0.80511	0.80785	0.81057	0.81327
0.9	0.81594	0.81859	0.82121	0.82381	0.82639	0.82894	0.83147	0.83398	0.83646	0.83891
1.0	0.84134	0.84375	0.84614	0.84849	0.85083	0.85314	0.85543	0.85769	0.85993	0.86214
1.1	0.86433	0.86650	0.86864	0.87076	0.87286	0.87493	0.87698	0.87900	0.88100	0.88298
1.2	0.88493	0.88686	0.88877	0.89065	0.89251	0.89435	0.89617	0.89796	0.89973	0.90147
1.3	0.90320	0.90490	0.90658	0.90824	0.90988	0.91149	0.91309	0.91466	0.91621	0.91774
1.4	0.91924	0.92073	0.92220	0.92364	0.92507	0.92647	0.92785	0.92922	0.93056	0.93189
1.5	0.93319	0.93448	0.93574	0.93699	0.93822	0.93943	0.94062	0.94179	0.94295	0.94408
1.6	0.94520	0.94630	0.94738	0.94845	0.94950	0.95053	0.95154	0.95254	0.95352	0.95449
1.7	0.95543	0.95637	0.95728	0.95818	0.95907	0.95994	0.96080	0.96164	0.96246	0.96327
1.8	0.96407	0.96485	0.96562	0.96638	0.96712	0.96784	0.96856	0.96926	0.96995	0.97062
1.9	0.97128	0.97193	0.97257	0.97320	0.97381	0.97441	0.97500	0.97558	0.97615	0.97670
2.0	0.97725	0.97778	0.97831	0.97882	0.97932	0.97982	0.98030	0.98077	0.98124	0.98169
2.1	0.98214	0.98257	0.98300	0.98341	0.98382	0.98422	0.98461	0.98500	0.98537	0.98574
2.2	0.98610	0.98645	0.98679	0.98713	0.98745	0.98778	0.98809	0.98840	0.98870	0.98899
2.3	0.98928	0.98956	0.98983	0.99010	0.99036	0.99061	0.99086	0.99111	0.99134	0.99158
2.4	0.99180	0.99202	0.99224	0.99245	0.99266	0.99286	0.99305	0.99324	0.99343	0.99361
2.5	0.99379	0.99396	0.99413	0.99430	0.99446	0.99461	0.99477	0.99492	0.99506	0.99520
2.6	0.99534	0.99547	0.99560	0.99573	0.99585	0.99598	0.99609	0.99621	0.99632	0.99643
2.7	0.99653	0.99664	0.99674	0.99683	0.99693	0.99702	0.99711	0.99720	0.99728	0.99736
2.8	0.99744	0.99752	0.99760	0.99767	0.99774	0.99781	0.99788	0.99795	0.99801	0.99807
2.9	0.99813	0.99819	0.99825	0.99831	0.99836	0.99841	0.99846	0.99851	0.99856	0.99861
3.0	0.99865	0.99869	0.99874	0.99878	0.99882	0.99886	0.99889	0.99893	0.99896	0.99900
3.1	0.99903	0.99906	0.99910	0.99913	0.99916	0.99918	0.99921	0.99924	0.99926	0.99929
3.2	0.99931	0.99934	0.99936	0.99938	0.99940	0.99942	0.99944	0.99946	0.99948	0.99950
3.3	0.99952	0.99953	0.99955	0.99957	0.99958	0.99960	0.99961	0.99962	0.99964	0.99965
3.4	0.99966	0.99968	0.99969	0.99970	0.99971	0.99972	0.99973	0.99974	0.99975	0.99976
3.5	0.99977	0.99978	0.99978	0.99979	0.99980	0.99981	0.99981	0.99982	0.99983	0.99983
3.6	0.99984	0.99985	0.99985	0.99986	0.99986	0.99987	0.99987	0.99988	0.99988	0.99989
3.7	0.99989	0.99990	0.99990	0.99990	0.99991	0.99991	0.99992	0.99992	0.99992	0.99992

Annexe 2. Table du χ^2

P / γ	0.9	0.5	0.3	0.2	0.1	0.05	0.02	0.01	0.001
1	0.016	0.455	1.074	1.642	2.705	3.841	5.412	6.635	10.827
2	0.211	1.386	2.408	3.219	4.605	5.991	7.824	9.210	13.815
3	0.584	2.366	3.665	4.642	6.251	7.815	9.837	11.345	16.266
4	1.064	3.357	4.878	5.989	7.779	9.488	11.668	13.277	18.467
5	1.610	4.351	6.064	7.289	9.236	11.070	13.388	15.086	20.515
6	2.204	5.348	7.231	8.558	10.645	12.592	15.033	16.812	22.457
7	2.833	6.346	8.383	9.803	12.017	14.067	16.622	18.475	24.322
8	3.490	7.344	9.524	11.030	13.362	15.507	18.168	20.090	26.125
9	4.168	8.343	10.656	12.242	14.684	16.919	19.679	21.666	27.877
10	4.865	9.342	11.781	13.442	15.987	18.307	21.161	23.209	29.588
11	5.578	10.341	12.899	14.631	17.275	19.675	22.618	24.725	31.264
12	6.304	11.340	14.011	15.812	18.549	21.026	24.054	26.217	32.909
13	7.042	12.340	15.119	16.985	19.812	22.362	25.472	27.688	34.528
14	7.790	13.339	16.222	18.151	21.064	23.685	26.873	29.141	36.123
15	8.547	14.339	17.322	19.311	22.307	24.996	28.259	30.578	37.697
16	9.312	15.338	18.418	20.465	23.542	26.296	29.633	32.000	39.252
17	10.085	16.338	19.511	21.615	24.769	27.587	30.995	33.409	40.790
18	10.865	17.338	20.601	22.760	25.989	28.869	32.346	34.805	42.312
19	11.651	18.338	21.689	23.900	27.204	30.144	33.687	36.191	43.820
20	12.443	19.337	22.775	25.038	28.412	31.410	35.020	37.566	45.315
21	13.240	20.337	23.858	26.171	29.615	32.671	36.343	38.932	46.797
22	14.041	21.337	24.939	27.301	30.813	33.924	37.659	40.289	48.268
23	14.848	22.337	26.018	28.429	32.007	35.172	38.968	41.638	49.728
24	15.659	23.337	27.096	29.553	33.196	36.415	40.270	42.980	51.179
25	16.473	24.337	28.172	30.675	34.382	37.652	41.566	44.314	52.620
26	17.292	25.336	29.246	31.795	35.563	38.885	42.856	45.642	54.052
27	18.114	26.336	30.319	32.912	36.741	40.113	44.140	46.963	55.476
28	18.939	27.336	31.391	34.027	37.916	41.337	54.419	48.278	56.893
29	19.768	28.336	32.461	35.139	39.087	42.557	46.693	49.588	58.302
30	20.599	29.336	33.530	36.250	40.256	43.773	47.962	50.892	59.703

La table donne la probabilité α pour que χ^2 égale ou dépasse une valeur donnée en fonction du nombre de degré de liberté γ

Annexe 3. Fonction Rybkine Foster Fp% (P%, Cs)

Cs	0,01	0,1	1	3	5	10	20	25	30	40	50	60	70	75	80	90	95	97	99	99,9	5%-F95%	S
0,00	3,72	3,09	2,33	1,88	1,64	1,28	0,84	0,67	0,52	0,25	0,00	-0,25	-0,52	-0,67	-0,84	-1,28	-1,64	-1,88	-2,33	-3,09	3,28	0,00
0,10	3,94	3,23	2,40	1,92	1,67	1,29	0,84	0,66	0,51	0,24	-0,02	-0,27	-0,53	-0,68	-0,85	-1,27	-1,61	-1,84	-2,25	-2,95	3,28	0,03
0,20	4,16	3,33	2,47	1,96	1,70	1,30	0,83	0,65	0,50	0,22	-0,03	-0,28	-0,55	-0,69	-0,85	-1,26	-1,58	-1,79	-2,18	-2,81	3,28	0,06
0,30	4,38	3,52	2,54	2,00	1,72	1,31	0,82	0,64	0,48	0,20	-0,05	-0,30	-0,56	-0,70	-0,85	-1,24	-1,55	-1,75	-2,10	-2,67	3,27	0,08
0,40	4,61	3,66	2,61	2,04	1,75	1,32	0,82	0,63	0,47	0,19	-0,07	-0,31	-0,57	-0,71	-0,85	-1,23	-1,52	-1,70	-2,03	-2,54	3,27	0,11
0,50	4,83	3,81	2,68	2,08	1,77	1,33	0,81	0,62	0,46	0,17	-0,08	-0,33	-0,58	-0,71	-0,85	-1,22	-1,49	-1,66	-1,96	-2,40	3,26	0,14
0,60	5,05	3,96	2,75	2,12	1,80	1,33	0,80	0,61	0,44	0,16	-0,10	-0,34	-0,59	-0,72	-0,85	-1,20	-1,45	-1,61	-1,88	-2,27	3,25	0,17
0,70	5,28	4,10	2,82	2,15	1,82	1,34	0,79	0,59	0,43	0,14	-0,12	-0,36	-0,60	-0,72	-0,85	-1,18	-1,42	-1,57	-1,81	-2,14	3,24	0,20
0,80	5,50	4,24	2,89	2,18	1,84	1,34	0,78	0,58	0,41	0,12	-0,13	-0,37	-0,60	-0,73	-0,85	-1,17	-1,38	-1,52	-1,74	-2,02	3,22	0,22
0,90	5,73	4,32	2,96	2,22	1,86	1,34	0,77	0,57	0,40	0,11	-0,15	-0,38	-0,61	-0,73	-0,85	-1,15	-1,35	-1,47	-1,66	-1,90	3,21	0,25
1,00	5,96	4,53	3,02	2,25	1,88	1,34	0,76	0,55	0,38	0,09	-0,15	-0,39	-0,62	-0,73	-0,85	-1,13	-1,32	-1,42	-1,59	-1,79	3,20	0,28
1,10	6,18	4,67	3,09	2,28	1,89	1,34	0,74	0,54	0,36	0,07	-0,18	-0,41	-0,62	-0,74	-0,85	-1,10	-1,28	-1,38	-1,52	-1,68	3,17	0,31
1,20	6,41	4,81	3,15	2,31	1,91	1,34	0,73	0,54	0,35	0,05	-0,19	-0,42	-0,63	-0,74	-0,85	-1,08	-1,24	-1,33	-1,45	-1,58	3,16	0,31
1,30	6,64	4,95	3,21	2,34	1,92	1,34	0,72	0,49	0,33	0,40	-0,21	-0,43	-0,63	-0,74	-0,84	-1,06	-1,20	-1,28	-1,38	-1,48	3,14	0,37
1,40	6,87	5,09	3,27	2,37	1,94	1,33	0,71	0,47	0,31	0,02	-0,22	-0,44	-0,64	-0,73	-0,83	-1,04	-1,17	-1,23	-1,32	-1,39	3,12	0,39
1,50	7,09	5,23	3,33	2,39	1,95	1,33	0,69	0,46	0,30	0,00	-0,24	-0,45	-0,64	-0,73	-0,82	-1,02	-1,13	-1,19	-1,26	-1,31	3,09	0,42
1,60	7,31	5,37	3,39	2,42	1,96	1,32	0,68	0,44	0,25	-0,02	-0,25	-0,46	-0,64	-0,73	-0,81	-0,99	-1,10	-1,14	-1,20	-1,24	3,07	0,45
1,70	7,54	5,50	3,44	2,44	1,97	1,32	0,66	0,42	0,25	-0,03	-0,27	-0,47	-0,64	-0,72	-0,80	-0,97	-1,06	-1,10	-1,14	-1,17	3,04	0,48
1,80	7,76	5,64	3,50	2,46	1,98	1,31	0,64	0,40	0,24	-0,05	-0,28	-0,48	-0,64	-0,72	-0,79	-0,94	-1,02	-1,06	-1,09	-1,11	3,01	0,51
1,90	7,98	5,77	3,55	2,49	1,99	1,30	0,63	0,39	0,22	-0,07	-0,03	-0,48	-0,64	-0,71	-0,78	-0,92	-0,98	-1,01	-1,04	-1,05	2,98	0,54
2,00	8,21	5,91	3,60	2,51	2,00	1,29	0,61	0,37	0,20	-0,05	-0,31	-0,49	-0,64	-0,70	-0,78	-0,90	-0,95	-0,97	-0,99	-1,00	2,95	0,57
2,10	--	6,04	3,65	2,53	2,01	1,27	0,59	0,35	0,18	-0,10	-0,32	-0,50	-0,64	-0,69	-0,75	-0,81	-0,91	-0,99	-0,95	-0,95	2,92	0,59
2,20	--	6,14	3,68	2,54	2,02	1,26	0,57	0,29	0,16	-0,12	-0,33	-0,50	-0,64	-0,68	-0,74	-0,84	-0,88	-0,90	-0,91	-0,91	2,89	0,62
2,30	--	6,26	3,73	2,57	2,01	1,25	0,55	0,27	0,14	-0,13	-0,34	-0,50	-0,63	-0,67	-0,72	-0,82	-0,85	-0,83	-0,87	-0,87	2,86	0,64
2,40	--	6,37	3,78	2,60	1,23	1,23	0,52	0,25	0,14	-0,14	-0,35	-0,51	-0,62	-0,66	-0,71	-0,79	-0,82	-0,80	-0,83	0,83	2,82	0,67
2,50	--	6,50	3,82	2,62	2,00	1,21	0,50	0,24	0,10	-0,16	-0,36	-0,51	-0,62	-0,66	-0,70	-0,77	-0,79	-0,77	-0,80	-0,80	2,79	0,69
2,60	--	6,54	3,86	2,63	2,00	1,19	0,48	0,22	0,04	-0,17	-0,37	-0,51	-0,61	-0,65	-0,70	-0,75	-0,76	-0,74	-0,77	-0,77	2,76	0,72
2,70	--	6,75	3,92	2,64	2,00	1,18	0,46	0,20	0,07	-0,18	-0,38	-0,51	-0,61	-0,64	-0,68	-0,72	-0,74	-0,71	-0,74	-0,74	2,74	0,74
2,80	--	6,86	3,96	2,64	2,00	1,15	0,44	0,19	0,06	-0,20	-0,39	-0,51	-0,60	-0,63	-0,67	-0,71	-0,71	-0,69	-0,71	-0,71	2,71	0,76
2,90	--	7,00	4,01	2,65	1,99	1,13	0,41	0,17	0,04	-0,21	-0,39	-0,05	-0,60	-0,62	-0,65	-0,68	-0,69	-0,67	-0,69	-0,69	2,68	0,78
3,00	--	7,10	4,05	2,66	1,97	1,11	0,39	0,15	0,03	-0,22	-0,40	-0,51	-0,59	-0,60	-0,64	-0,66	-0,67	-0,65	-0,67	-0,67	2,64	0,80
3,10	--	7,23	4,09	2,66	1,97	1,09	0,37	0,13	0,01	-0,23	-0,40	-0,51	-0,58	-0,59	-0,62	-0,64	-0,64	-0,63	-0,65	-0,65	2,62	0,81
3,20	--	7,35	4,11	2,64	1,96	1,08	0,35	0,11	-0,01	-0,25	-0,41	-0,51	-0,57	-0,59	-0,61	-0,62	-0,63	-0,61	-0,63	-0,63	2,59	0,83
3,30	--	7,44	4,15	2,60	1,95	1,06	0,33	0,09	-0,02	-0,26	-0,41	-0,51	-0,56	-0,58	-0,59	-0,60	-0,61	-0,59	-0,61	-0,61	2,56	0,85
3,40	--	7,54	4,18	2,66	1,95	1,04	0,31	0,06	-0,04	-0,27	-0,41	-0,50	-0,55	-0,57	-0,58	-0,59	-0,59	-0,57	-0,58	-0,59	2,53	0,86
3,50	--	7,64	4,21	2,66	1,93	1,03	0,29	0,05	-0,05	-0,28	-0,41	-0,50	-0,54	-0,55	-0,56	-0,57	-0,57	-0,56	-0,57	-0,57	2,50	0,87
3,60	--	7,72	4,24	2,66	1,93	1,01	0,28	0,03	-0,07	-0,28	-0,42	-0,50	-0,54	-0,54	-0,56	-0,56	-0,56	-0,54	-0,56	-0,55	2,48	0,89
3,70	--	7,86	4,26	2,66	1,91	1,01	0,26	0,03	-0,08	-0,29	-0,42	-0,49	-0,52	-0,53	-0,55	-0,54	-0,54	-0,53	-0,54	-0,54	2,45	0,90
3,80	--	7,97	4,29	2,65	1,90	1,00	0,24	0,03	-0,10	-0,30	-0,42	-0,48	-0,51	-0,52	-0,54	-0,53	-0,53	-0,53	-0,53	-0,53	2,43	0,91

Références Bibliographiques

Aïvazian S, Enukov I, Mechalkine L ,1986 *Eléments de modélisation et traitement primaire des données.* Edition Mir. 288p. (traduit du Russe par Embarek D).

Aldegheri M, 1979 *Mesure des débits à partir des vitesses.* Manuel d'hydrométrie. Tome IV.1. ORSTOM. Paris. 132p

Anonyme, 1986 *Aide mémoire pratique des techniques statistiques.* Revue de statistique appliquée. Vo XXXIV . Numéro spécial. Paris. 274p.

André H, Audinet M, Mazeron G, Richier C, 1976 *Hydrométrie pratique des cours d'eau* Ed Eyrolles. Paris . 259p.

Anonyme, 1982 *Prévision des crues de projet, Bassin versant de la Lesse.* Faculté des Sciences Agronomiques de Gembloux, Belgique.

ANRH, 2000 *Données pluviométriques.* Document interne. Alger.

Bolchakova VV, Ivanov AN, 1975 *Hydrométrie. Hydrologie de l'ingénieur et Régularisation des débits.* Ecole Supérieure d'Hydrotechnique de Moscou (en Russe). 183p.

Body K., 1981 *Analyse fréquentielle des pluies de l'Algérie. Synthèse régionale* corrigée et complétée par L. Sarvary (1985). *Détermination des paramètres principaux et leur répartition spatiale.* ANRH de Constantine. Ministère de l'Agriculture. 50p.

Bobée B, Ashkar F 1991 *The gamma family and derived distributions applied in hydrology.* University of Quebec. Canada. 197p.

Bourrier R., 1997 *Les réseaux d'assainissement. Calculs, Applications et perspectives.* Lavoisier Tec et Doc. Paris. 811p

Chow, V.T., 1964 *HandBook of applied Hydrology.* McGraaw-Hill Book Co, New york.

CIGB, 1992 *Choix de la crue de projet, méthodes actuelles.* Bulletin N° 12, Paris

Colin, Meunier, Puech, 1972 *Problèmes relatifs à l'étude des crues.* Division Travaux d'Hydraulique, N°4, CEMAGREF. Lyon. France

Dagnellie P., 1992 *Statistiques théorique et appliquée.* Tome 1. Presses agronomiques de Gembloux. Belgique. 492p

Dagnellie P., 1992 *Théories et méthodes statistiques.* Tome 2. Presses agronomiques de Gembloux. Belgique.463p

Dodge Y et Mehran F 1997 *Probabilités et statistiques inférentielles.* Université de Neuchâtel. Presse académique de Neuchâtel. 283p.

Duband d 1974 *Hydrologie approfondie. Statistique appliquée.* Ecole nationale supérieure d'hydraulique. Grenoble. 98p

Dubreuil P., 1974 *Initiation à l'analyse Hydrologique.* Ed. Masson et CIE. ORSTOM. Paris. 216p.

Fodil M, 1982 *Etude hydrologique du bassin versant de l'Oued Deurdeur.* Mémoire d'ingénieur d'Etat . INA. El-Harrach. 110p

Gravilovic S, in ENHYD et ENERGOPROJEKT, 1992 *Etude générale de la petite et moyenne hydraulique agricole de l'Algérie du Nord. Détermination des potentialités globales par zone homogène. EROSION.* Mission 1, Dossier 2, Volume 3, Association Enhyd-Energoprojekt. Ministère de l'Equipement et du Logement, Alger.

Gomer D, 1996 *L'aménagement des zones marneuses dans les bassins versants des montagnes de l'Atlas tel en semi aride.* GTZ. Allemagne. 142p.

Greco j, 1966 *L'Erosion, la défense et la restauration des sols. Le reboisement en Algérie.* Publication du ministère de l'agriculture et de la réforme agraire. Alger. 393p.

Grouchevsky M.S 1982 *Hydometeorzdat. Extrapolation des courbes d'étalonnage* (traduit du russe par M. Touat). 20p.

Hubert P *Aide mémoire de probabilité statistique.* Cours virtuel. Ecole des mines Paris.

Inegliz S., 2002 *Contribution à l'étude de la répartition spatiale de la précipitation dans la région centre de l'Algérie du Nord.* Mémoire de Magister. Ecole Nationale Supérieure de l'Hydraulique. Blida. 120p.

Ivanov A., Negovskaia T.,1979. *Hydrologie et Régularisation des débits.* Colosse. Moscou. 384p.

Jabbouri S 1988 *Hydrology and watershed management..* University de Mossoul. Irak. 454p.

Jost V 1977 *Méthodes statistiques en hydrologie.* Ecole polytechnique fédérale de Lausanne. Suisse. 118p.

Laborde, J.P., Mouhous, N., Ould Amara, A. (1993) *Carte pluviométrique de l'Algérie du Nord à l'échelle 1/ 500 000.* Note Explicative. Agence Nationale des ressources en Eau. Projet PNUD/ALG/88/021. Alger.

Laborde, J.P. (1995) *Eléments d'hydrologie de surface.* Tome 1, 2 et 3. Université de Nice-Sophia Antipolis. Laboratoire d'Analyse spatiale. Nice.

Llamas J., 1993 *Hydrologie générale. Principes et applications*. $2^{ème}$ édition. Gaëtan morin. Québec. 527p

Miquel J, 1984 *Guide pratique d'estimation des probabilités de crues* . Ed/Eyrolles .Paris, France. 160p

Musy A. 2003 *Cours d'Hydrologie générale*. CIE. SC. Cours virtuel. Lausanne.

Obragov E, Zakharovskaya N, 1953 : *Hydrologie, Hydrométrie et Régularisation des débits*. Académie des sciences de l'URSS. Moscou.

Rekik B., 2002 *Contribution à la détermination des courbes intensité – durée – fréquence dans la région de Tipaza.* Mémoire d'ingénieur d'Etat en Hydraulique. Ecole Nationale Supérieure de l'Hydraulique. Blida. 93p

Réméniéras G, 1979 Hydrologie de l'ingénieur. Collection des études et recherches d'électricité de France. Eyrolles. 456p.

Serra B, 1978 Hydrologie de surface. Cours magistral. Institut national Agronomique El Harrach. Alger.

Schumm SA, 1956, Evolution of drainage System and sclopes in badlands at Perth amboy, New jersey, dans Geological Society American Bulletin, Vo 67.

Tixeront J, 1960 *Les débits solides des cours d'eau d'Algérie et de Tunisie*. Etudes hydrologiques. Série II. Secrétariat agricole. Tunis.

Touaïbia B, 2000. Erosion – Transport solide – Envasement de Barrage. Thèse de Doctorat d'Etat en Aménagement et Mise en Valeur. Institut National Agronomique d'El - Harrach. Alger. 180 p.

Touaibia, B., Benlaoukli, B., Bouheniche, S, 2003 *Approche quantitative de l'envasement au droit de 15 barrages en exploitation dans l'Algérie du Nord.* Conférence Internationale : Hydrologie des régions méditerranéennes et semi-arides. IRD. Montpellier. (Poster).

Touat S, Touat M, Bengana S, 1988. *Tarage de stations hydrométriques*. ANRH. Alger. 88p.

Wolting, G., Bouvier, Ch., Danloux, J., Fritz, J. 2000. *Régionalization of extreme precipitation distribution using the principal components of the topographical environnement.* J of hydrology. N° 233. France.

Yahaoui A, Touaïbia B., 1997 : *Contribution à une étude comparative des méthodes d'estimations des crues : cas du bassin versant de l'Oued Mina. Algérie.* Colloque Maghrébin sur l'Hydraulique.COMHYD'97. ENSH. Zeralda. (Poster).

Dépôt légal: 567-2004
ISBN : 9947-0-0367-1